ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 DÉCEMBRE 1906,

PRÉSIDENCE DE M. H. POINCARÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Méthode nouvelle et rapide pour la détermination des erreurs de division d'un cercle méridien* (1). Note de M. **Lœwy**.

La multiplication rationnelle des lectures qui interviennent dans le rattachement des divisions aux traits-repères offre donc, comme on l'a vu, un grand avantage; il en est de même lorsqu'on procède à la recherche directe des corrections fondamentales.

Mais, dans ce dernier cas, il ne s'agit pas seulement d'obtenir le résultat avec le minimum de travail, il faut en outre réaliser une autre condition : il importe que les 20 divisions-repères E_{60}, E_{120}, E_{36}, etc. autres que E_{90} puissent être considérées comme indépendantes les unes des autres. Pour calculer l'influence à laquelle leurs combinaisons donnent lieu, nous avons adopté cette base dans les développements précédents.

La répétition des mesures fournit encore ici un moyen précieux pour atteindre ce but, mais on sera obligé de renoncer en partie au grand avantage de ce mode d'opération qui permettrait d'atteindre la précision cherchée avec le minimum absolu d'efforts. Malgré cette restriction, on ob-

---

(1) Dans ma première Communication, l'opinion a été émise, qu'aucun progrès réel n'avait été obtenu depuis plus d'un siècle dans la recherche des erreurs de division. Toutefois un travail publié par M. Bruns, directeur de l'Observatoire de Leipzig, et dont je n'ai eu connaissance que récemment, satisfait à l'une des conditions essentielles du problème, en évitant les inexactitudes du rattachement. Mais la méthode indiquée, entièrement différente de celle qui vient d'être développée, laisse à désirer à d'autres points de vue.

tiendra, pour une approximation fixée d'avance, les valeurs de 18 repères avec une rapidité que ne comporte pas la méthode habituelle. Les deux divisions E_{60} et E_{120} seules exigent un léger surcroît de travail.

Les règles adoptées dans l'exemple suivant concernant le groupe des traits-repères T_{36}, T_{72}, T_{108}, T_{144} serviront de guide pour la détermination directe des autres séries de divisions fondamentales. En posant $n = 5$, $E_n = o$, $E_0 = o$ dans les formules générales (p. 626) on aura :

(a) Les deux couples de microscopes placés approximativement à la distance de 36°.	(b) Les deux couples de microscopes placés approximativement à la distance de 72°.
(1) $5E_{36} = -4d_1 + (d_2 d_3 d_4 d_5)$,	(1)′ $5E_{72} = -4d'_1 + (d'_2 d'_3 d'_4 d'_5)$,
(2) $5E_{72} = -3(d_1 d_2) + 2(d_3 d_4 d_5)$.	(2)′ $5E_{144} = -3(d'_1 d'_2) + 2(d'_3 d'_4 d'_5)$,
(3) $5E_{108} = -2(d_1 d_2 d_3) + 3(d_4 d_5)$,	(3)′ $5E_{36} = -2(d'_1 d'_2 d'_3) + 3(d'_4 d'_5)$,
(4) $5E_{144} = -(d_1 d_2 d_3 d_4) + 4d_5$,	(4)′ $5E_{108} = -(d'_1 d'_2 d'_3 d'_4) + 4d'_5$.

Pour simplifier, on a omis, dans l'intérieur des parenthèses, les signes + reliant entre elles les différences de lectures $d_1 d_2 d_3$, etc.

Les notations et définitions précédentes sont conservées.

Les équations (1) et (4) fourniront E_{36} et E_{144} avec une plus grande exactitude que E_{72} et E_{108} au moyen des équations (2) et (3), inversement E_{72} et E_{108} résulteront de (1)′ et de (4)′ avec une approximation supérieure à celle relative à E_{36} et à E_{144}, par l'emploi de (2)′ et (3)′. En calculant les poids respectifs de E_{36}, E_{72}, E_{108} et E_{144} à l'aide du système (a) ou du système (b), on aura la somme des poids des 4 grandeurs égale à 2,083 et $\frac{L}{l} = 0,833$, conformément à la méthode usuelle.

La structure des équations (a) ou (b) révèle immédiatement qu'une erreur d'observation commise dans d_3 altère relativement peu les éléments cherchés, tandis qu'il faudra recourir à une répétition notable des lectures $d_1 d_5 d'_1 d'_5$ pour atténuer la multiplication de cette erreur; toutefois ceci aura lieu dans une moindre proportion pour $d_2 d_4 d'_2 d'_4$. Par suite, afin de ne pas trop augmenter le nombre des opérations dans une seule séance, on supposera une seule lecture pour d_3, α lectures pour d_1 et d_5 et β pour d_2 et d_4. On discutera seulement les équations (a); les conclusions seraient identiques pour la série (b). Les inexactitudes d'observations deviennent alors respectivement :

$$(a)\begin{cases} (1)\ \text{pour } 5E_{36} \ldots \varepsilon\sqrt{\frac{17}{\alpha} + \frac{2}{\beta} + 1}, & (2)\ \text{pour } 5E_{72} \ldots \varepsilon\sqrt{\frac{13}{\alpha} + \frac{13}{\beta} + 4}, \\ (4)\ \text{pour } 5E_{144} \ldots \varepsilon\sqrt{\frac{17}{\alpha} + \frac{2}{\beta} + 1}, & (3)\ \text{pour } 5E_{108} \ldots \varepsilon\sqrt{\frac{13}{\alpha} + \frac{13}{\beta} + 4}, \end{cases}$$

$$(b)\begin{cases}(1)' \text{ pour } 5E_{72}\ldots\mathcal{E}\sqrt{\frac{17}{\alpha}+\frac{2}{\beta}+1}, & (2)' \text{ pour } 5E_{36}\ldots\mathcal{E}\sqrt{\frac{13}{\alpha}+\frac{13}{\beta}+4},\\ (4)' \text{ pour } 5E_{108}\ldots\mathcal{E}\sqrt{\frac{17}{\alpha}+\frac{2}{\beta}+1}, & (3)' \text{ pour } 5E_{144}\ldots\mathcal{E}\sqrt{\frac{13}{\alpha}+\frac{13}{\beta}+4}.\end{cases}$$

Lorsque les nombres α et β sont notables, les poids des corrections E_{36}, E_{72}, ... fournis par les expressions (2), (3), (2)′ et (3)′ sont faibles comparés à ceux tirés des expressions (1), (4), (1)′ et (4)′ pour ces mêmes divisions. Pour le but spécial en vue, nous allons d'abord faire abstraction complète des équations (2), (3), (2)′ et (3)′ et déterminer α et β de manière que toute combinaison linéaire à coefficients entiers, comme $E_{36}+rE_{144}$ (r étant un nombre entier quelconque), soit affectée d'une erreur d'observation tout au plus égale à celle qu'on aurait si l'équation (1) d'une part et (4) de l'autre reposaient sur des lectures complètement différentes et si, en outre, il en était ainsi pour (1)′ et (4)′. Désignant par δE_{36} et δE_{144} les erreurs de mesures de E_{36} et E_{144}, on aura, en se basant d'abord sur la réalité :

$$25(\delta E_{36}+r\,\delta E_{144})^2=\left[\frac{(4+r)^2}{\alpha}+\left(\frac{2}{\beta}+1\right)(1-r)^2+\frac{(1+4r)^2}{\alpha}\right]\varepsilon^2,$$

et, en admettant l'hypothèse qui vient d'être énoncée,

$$25(\delta E_{36}+r\,\delta E_{144})^2=\left[\frac{17}{\alpha}(1+r^2)+\frac{2}{\beta}(1+r^2)+(1+r^2)\right]\varepsilon^2.$$

L'indépendance qui doit exister entre E_{36} et E_{144} exige que

$$\frac{(4+r)^2}{\alpha}+\left(\frac{2}{\beta}+1\right)(1-r)^2+\frac{(1+4r)^2}{\alpha}\leqq\frac{17}{\alpha}(1+r^2)+\frac{2}{\beta}(1+r^2)+(1+r^2).$$

D'où l'on tire : $\alpha\geqq\dfrac{8\beta}{2+\beta}$.

En tenant compte de cette dernière relation, on examinera maintenant pour quelles valeurs de α et β les équations (a) et (b) donneront le maximum de précision pour E_{36}, E_{72}, E_{108}, E_{144}, en considérant en outre que le nombre des opérations dans une séance ne doit pas dépasser certaines limites. On aura satisfait à ces desiderata en choisissant $\alpha=4$, $\beta=2$; le nombre de lectures sera alors égal à 13.

Ces prémisses étant établies, on déduira de l'ensemble des relations (a) et (b) deux séries distinctes de valeurs pour E_{36}, E_{72}, E_{108}, E_{144}. La première appelée *système* (B), où l'on fait abstraction de toute obligation restrictive, donnera avec une exactitude un peu supérieure les corrections des traits

telles qu'elles doivent être appliquées dans l'observation des astres; la seconde, système (C), est uniquement destinée à fournir des repères pour les rattachements ultérieurs.

Le système (C), d'après ce qui vient d'être exposé, est tout indiqué; il se compose des équations (1), (4), (1)′, (4)′ en y considérant respectivement d_1, d'_1, d_5, d'_5 et d_2, d_4, d'_2, d'_4 comme des moyennes de quatre et de deux lectures du cercle. La formation du système (B) est très simple. On calcule d'abord, α étant égal à 4 et β à 2, les poids de chaque correction dans les expressions (a) et (b); on aura ainsi :

(a) : poids de E_{36} et de $E_{144} = 2,00$; poids de E_{72} et de $E_{108} = 0,909$; $\frac{L}{l} = 0,895$.

(b) : poids de E_{36} et de $E_{144} = 0,909$; poids de E_{72} et de $E_{108} = 2,00$; $\frac{L}{l} = 0,895$.

$\frac{L}{l}$ est donc ici supérieur à $\frac{L}{l}$ selon la méthode usuelle. Le poids relatif d'une même correction tirée de (a) et de (b) étant $\frac{0,909}{2,00} = 0,5$ en chiffres ronds, on conclura facilement le système (B).

Système (B). — *Poids d'une des grandeurs* = 2,90.

$$7,5\,E_{36} = -4\,d_1 + (d_2\,d_3\,d_4\,d_5) - (d'_1\,d'_2\,d'_3) + 1,5\,(d'_4\,d'_5),$$
$$7,5\,E_{72} = -4\,d'_1 + (d'_2\,d'_3\,d'_4\,d'_5) + (d_3\,d_4\,d_5) - 1,5\,(d_1\,d_2),$$
$$7,5\,E_{108} = -(d'_1\,d'_2\,d'_3\,d'_4) + 4\,d'_5 - (d_1\,d_2\,d_3) + 1,5\,(d_4\,d_5).$$
$$7,5\,E_{144} = -(d_1\,d_2\,d_3\,d_4) + 4\,d_5 + (d'_3\,d'_4\,d'_5) - 1,5\,(d'_1\,d'_2).$$

Système (C). — *Poids d'une des grandeurs* = 2,00.

$$5\,E_{36} = -4\,d_1 + (d_2\,d_3\,d_4\,d_5), \qquad 5\,E_{72} = -4\,d'_1 + (d'_2\,d'_3\,d'_4\,d'_5),$$
$$5\,E_{144} = -(d_1\,d_2\,d_3\,d_4) + 4\,d_5, \qquad 5\,E_{108} = -(d'_1\,d'_2\,d'_3\,d'_4) + 4\,d'_5.$$

On a précédemment supposé, pour les repères destinés au rattachement, une erreur probable $= \pm 0'',03$. Il faut, par suite, que les corrections E_{36}, ... au moyen du système (C) correspondent à peu près au poids 7,2, on aura ainsi $\varepsilon = \frac{\pm 0'',08}{\sqrt{7,2}} < 0'',03$. Pour atteindre ce but, on effectuera quatre séries de déterminations; on aura ainsi, pour chacun de ces repères, le poids 8 et $\varepsilon = \frac{\pm 0'',08}{\sqrt{8}} < 0'',03$. Le nombre total des opérations sera dès lors $2 \times 4 \times 13 = 104$.

Faute d'espace, nous donnons seulement les résultats trouvés d'une manière analogue pour les autres groupes de divisions-repères. Le sys-

tème (A), indiqué plus loin, désigne les expressions directement fournies par les formules générales. On remarquera que la combinaison respective des corrections pour les séries de 20° en 20° et de 18° en 18°, système (C), conduit à une compensation d'erreurs plus parfaite que celle qui résulterait, d'après la méthode des moindres carrés, pour des grandeurs de même ordre d'exactitude. On constatera, en outre, que chacune des divisions est en général fournie par plusieurs évaluations indépendantes. C'est ainsi que E_{90} se trouve conclue quatre fois; les corrections de 20° en 20°, trois fois; celles de 36° en 36°, quatre fois. Les quatre divisions E_{30}, E_{150}, E_{45} et E_{135} font exception; pour parer à cet inconvénient, on déplacera les microscopes autant de fois qu'on le jugera nécessaire.

Détermination des positions des traits 60° *et* 120°.

$3E_{60} = -2d_1 + (d_2 d_3)$; $3E_{120} = -(d_1 d_2) + 2d_3$; $\frac{L}{l} = 1,00$ méthode usuelle.

$\alpha \gtrless 4\beta$; on adopte $\alpha = 4$, $\beta = 1$; nombre de lectures $= 9$; poids de E_{60} ou de $E_{120} = 2,00$; $\frac{L}{l} = \frac{8}{9}$.

4 séries e déterminations nécessaires pour obtenir le poids 8. Total des opérations, 36.

Détermination des positions des traits de 45° *en* 45°.

$4E_{45} = -3d_1 + (d_2 d_3 d_4)$; $4E_{90} = -2(d_1 d_2) + 2(d_3 d_4)$; $4E_{135} = -(d_1 d_2 d_3) + 3d_4$; $\frac{L}{l} = 0,917$ méth. usuelle.

$\alpha \gtrless 3\beta$; on adopte $\alpha = 3$, $\beta = 1$; nombre de lectures $= 8$; poids de E_{45} ou de $E_{135} = 1,5$;

poids de $E_{90} = 0,75$; $\frac{L}{l} = 0,938$.

5 séries de déterminations donnent le poids 7,5. Total des opérations, 40.

Détermination des positions des traits de 30° *en* 30°.

$6E_{30} = -5d_1 + (d_2 d_3 d_4 d_5 d_6)$, $6E_{60} = -4(d_1 d_2) + 2(d_3 d_4 d_5 d_6)$, $6E_{90} = -3(d_1 d_2 d_3) + 3(d_4 d_5 d_6)$.

$6E_{150} = -(d_1 d_2 d_3 d_4 d_5) + 5d_6$, $6E_{120} = -2(d_1 d_2 d_3 d_4) + 4(d_5 d_6)$, $\frac{L}{l} = 0,761$ méthode usuelle.

$\alpha \gtrless \frac{5\beta}{1+\beta}$; on adopte $\alpha = 4$, $\beta = 2$; nombre de lectures $= 14$; poids de E_{30} ou de $E_{150} = 1,895$;

poids de E_{60} ou de $E_{120} = 0,783$; poids de $E_{90} = 0,571$; $\frac{L}{l} = 0,847$.

4 séries de déterminations conduisent au poids 7,58. Total des opérations, 56.

Dans les deux groupes suivants, où la précision atteinte est plus que suffisante, on s'est contenté de répéter les opérations pour les deux premières et les deux dernières lectures, afin de ne pas trop prolonger la durée d'une série.

Détermination des positions des traits de 20° en 20°.

SYSTÈME (A). $-\frac{L}{l} = 0{,}604$ *d'après la méthode usuelle.*

Microscopes à 20°.

$$9E_{20} = -8d_1 + (d_2 \dots d_9)$$
$$9E_{40} = -7(d_1 d_2) + 2(d_3 \dots d_9)$$
$$9E_{60} = -6(d_1 d_2 d_3) + 3(d_4 \dots d_9)$$
$$9E_{80} = -5(d_1 \dots d_4) + 4(d_5 \dots d_9)$$
$$9E_{100} = -4(d_1 \dots d_5) + 5(d_6 \dots d_9)$$
$$9E_{120} = -3(d_1 \dots d_6) + 6(d_7 d_8 d_9)$$
$$9E_{140} = -2(d_1 \dots d_7) + 7(d_8 d_9)$$
$$9E_{160} = -(d_1 \dots d_8) + 8d_9$$

Microscopes à 40°.

$$9E_{40} = -8d'_1 + (d'_2 \dots d'_9)$$
$$9E_{80} = -7(d'_1 d'_2) + 2(d'_3 \dots d'_9)$$
$$9E_{120} = -6(d'_1 d'_2 d'_3) + 3(d'_4 \dots d'_9)$$
$$9E_{160} = -5(d'_1 \dots d'_4) + 4(d'_5 \dots d'_9)$$
$$9E_{20} = -4(d'_1 \dots d'_5) + 5(d'_6 \dots d'_9)$$
$$9E_{60} = -3(d'_1 \dots d'_6) + 6(d'_7 d'_8 d'_9)$$
$$9E_{100} = -2(d'_1 \dots d'_7) + 7(d'_8 d'_9)$$
$$9E_{140} = -(d'_1 \dots d'_8) + 8d'_9$$

Microscopes à 80°.

$$9E_{80} = -8d''_1 + (d''_2 \dots d''_9)$$
$$9E_{160} = -7(d''_1 d''_2) + 2(d''_3 \dots d''_9)$$
$$9E_{60} = -6(d''_1 d''_2 d''_3) + 3(d''_4 \dots d''_9)$$
$$9E_{140} = -5(d''_1 \dots d''_4) + 4(d''_5 \dots d''_9)$$
$$9E_{40} = -4(d''_1 \dots d''_5) + 5(d''_6 \dots d''_9)$$
$$9E_{120} = -3(d''_1 \dots d''_6) + 6(d''_7 d''_8 d''_9)$$
$$9E_{20} = -2(d''_1 \dots d''_7) + 7(d''_8 d''_9)$$
$$9E_{100} = -(d''_1 \dots d''_8) + 8d''_9$$

$\alpha \geqq \frac{16\beta}{2+5\beta}$; on adopte : $\alpha = 4$, $\beta = 2$; nombre des lectures $= 17$; $\frac{L}{l} = 0{,}753$.

SYSTÈME (B). — *Poids d'une des six grandeurs ci-dessous* $= 2{,}805$.

$$14{,}4\,E_{20} = -8d_1 + (d_2 \dots d_9) - 0{,}8(d''_1 \dots d''_7) + 2{,}8(d''_8 d''_9) - 0{,}8(d'_1 \dots d'_5) + 1{,}0(d'_6 \dots d'_9)$$
$$14{,}4\,E_{40} = -8d'_1 + (d'_2 \dots d'_9) + 0{,}8(d_3 \dots d_9) - 2{,}8(d_1 d_2) - 0{,}8(d''_1 \dots d''_5) + 1{,}0(d''_6 \dots d''_9)$$
$$14{,}4\,E_{80} = -8d''_1 + (d''_2 \dots d''_9) + 0{,}8(d'_3 \dots d'_9) - 2{,}8(d'_1 d'_2) + 0{,}8(d_5 \dots d_9) - 1{,}0(d_1 \dots d_4)$$
$$14{,}4\,E_{100} = +8d''_9 - (d''_1 \dots d''_8) - 0{,}8(d'_1 \dots d'_7) + 2{,}8(d'_8 d'_9) - 0{,}8(d_1 \dots d_5) + 1{,}0(d_6 \dots d_9)$$
$$14{,}4\,E_{140} = +8d'_9 - (d'_1 \dots d'_8) - 0{,}8(d_1 \dots d_7) + 2{,}8(d_8 d_9) + 0{,}8(d''_5 \dots d''_9) - 1{,}0(d''_1 \dots d''_4)$$
$$14{,}4\,E_{160} = +8d_9 - (d_1 \dots d_8) + 0{,}8(d''_3 \dots d''_9) - 2{,}8(d''_1 d''_2) + 0{,}8(d'_5 \dots d'_9) - 1{,}0(d'_1 \dots d'_4)$$

Poids de E_{60} *et* $E_{120} = 1{,}149$.

$$9E_{60} = -2(d_1 d_2 d_3) + (d_4 \dots d_9) + 2(d'_7 d'_8 d'_9) - (d'_1 \dots d'_6) - 2(d''_1 d''_2 d''_3) + (d''_4 \dots d''_9)$$
$$9E_{120} = +2(d_7 d_8 d_9) - (d_1 \dots d_6) - 2(d'_1 d'_2 d'_3) + (d'_4 \dots d'_9) + 2(d''_7 d''_8 d''_9) - (d''_1 \dots d''_6)$$

SYSTÈME (C). — *Poids d'une des grandeurs* $= 1{,}820$.

$$9E_{20} = -8d_1 + (d_2 \dots d_9) \qquad 9E_{40} = -8d'_1 + (d'_2 \dots d'_9) \qquad 9E_{80} = -8d''_1 + (d''_2 \dots d''_9)$$
$$9E_{160} = -(d_1 \dots d_8) + 8d_9 \qquad 9E_{140} = -(d'_1 \dots d'_8) + 8d_9 \qquad 9E_{100} = -(d''_1 \dots d''_8) + 8d''_9$$

Quatre séries de déterminations sont nécessaires afin d'obtenir pour chaque correction, système (C), le poids $7{,}28 = 4 \times 1{,}82$; total des opérations $3 \times 4 \times 17 = 204$.

Détermination des positions des traits de 18° en 18°.

SYSTÈME (A). $-\frac{L}{l} = 0{,}566$ *d'après la méthode usuelle.*

Microscopes à 18°.

$$10E_{18} = -9d_1 + (d_2 \dots d_{10})$$
$$10E_{36} = -8(d_1 d_2) + 2(d_3 \dots d_{10})$$
$$10E_{54} = -7(d_1 d_2 d_3) + 3(d_4 \dots d_{10})$$
$$10E_{72} = -6(d_1 \dots d_4) + 4(d_5 \dots d_{10})$$

Microscopes à 54°.

$$10E_{54} = -9d'_1 + (d'_2 \dots d'_{10})$$
$$10E_{108} = -8(d'_1 d'_2) + 2(d'_3 \dots d'_{10})$$
$$10E_{162} = -7(d'_1 d'_2 d'_3) + 3(d'_4 \dots d'_{10})$$
$$10E_{36} = -6(d'_1 \dots d'_4) + 4(d'_5 \dots d'_{10})$$

Microscopes à 18°.

$$10\,E_{90} = -5(d_1 \ldots d_5) + 5(d_6 \ldots d_{10})$$
$$10\,E_{108} = -4(d_1 \ldots d_6) + 6(d_7 \ldots d_{10})$$
$$10\,E_{126} = -3(d_1 \ldots d_7) + 7(d_8 d_9 d_{10})$$
$$10\,E_{144} = -2(d_1 \ldots d_8) + 8(d_9 d_{10})$$
$$10\,E_{162} = -(d_1 \ldots d_9) + 9d_{10}$$

Microscopes à 54°.

$$10\,E_{90} = -5(d'_1 \ldots d'_5) + 5(d'_6 \ldots d'_{10})$$
$$10\,E_{144} = -4(d'_1 \ldots d'_6) + 6(d'_7 \ldots d'_{10})$$
$$10\,E_{18} = -3(d'_1 \ldots d'_7) + 7(d'_8 d'_9 d'_{10})$$
$$10\,E_{72} = -2(d'_1 \ldots d'_8) + 8(d'_9 d'_{10})$$
$$10\,E_{126} = -(d'_1 \ldots d'_9) + 9d'_{10}$$

$\alpha \leqq \frac{9\beta}{1+3\beta}$; on adopte : $\alpha = 4$, $\beta = 2$; nombre des opérations 18; $\frac{L}{l} = 0{,}726$.

Système (B). — *Poids d'une des quatre grandeurs ci-dessous* = 2,182.

$$12\,E_{18} = -9d_1 + (d_2 \ldots d_{10}) - 0{,}6(d'_1 \ldots d'_7) + 1{,}4(d'_8 d'_9 d'_{10})$$
$$12\,E_{54} = -9d'_1 + (d'_2 \ldots d'_{10}) + 0{,}6(d_4 \ldots d_{10}) - 1{,}4(d_1 d_2 d_3)$$
$$12\,E_{126} = -(d'_1 \ldots d'_9) + 9d'_{10} - 0{,}6(d_1 \ldots d_7) + 1{,}4(d_8 d_9 d_{10})$$
$$12\,E_{162} = -(d_1 \ldots d_9) + 9d_{10} + 0{,}6(d'_4 \ldots d'_{10}) - 1{,}4(d'_1 d'_2 d'_3)$$

Poids de $E_{90} = 0{,}533$.

$$4\,E_{90} = -(d_1 \ldots d_5) + (d_6 \ldots d_{10}) - (d'_1 \ldots d'_5) + (d'_6 \ldots d'_{10})$$

Système (C). — *Poids d'une des grandeurs :* 1,818.

$$10\,E_{18} = -9d_1 + (d_2 \ldots d_{10})$$
$$10\,E_{162} = -(d_1 \ldots d_9) + 9d_{10}$$
$$10\,E_{54} = -9d'_1 + (d'_2 \ldots d'_{10})$$
$$10\,E_{126} = -(d'_1 \ldots d'_9) + 9d'_{10}$$

Quatre séries de déterminations sont nécessaires afin d'obtenir pour chaque correction, système (C), le poids $7{,}27 = 4 \times 1{,}818$. Total des lectures : $2 \times 4 \times 18 = 144$.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les adjuvants spécifiques de la parthénogenèse expérimentale.* Note de M. **Yves Delage**.

De mes expériences de cette année sur la parthénogenèse expérimentale, dont les résultats seront publiés ailleurs, j'extrais ici quelques points présentant un intérêt particulier.

Ces expériences ont porté sur l'Oursin *Paracentrotus* (*Strongylocentrotus*) *lividus*.

1° Certaines substances, toxiques à dose élevée ou même médiocre, se montrent, quand on les emploie à dose faible, des adjuvants efficaces des liquides habituellement employés pour déterminer la parthénogenèse. Parmi ces liquides, celui dont j'ai fait choix après de nombreux essais a la composition suivante :

NaCl, solution à 2,5 *n*.	37,5
Eau de mer. (Concentration moléculaire = 0,52 *n*.)	2,5
H^2O	60

Ce liquide, dont la concentration moléculaire est 0,950 n, est remarquable par la faible quantité d'eau de mer qu'il contient, quantité cependant indispensable. J'ai déjà fait connaître l'an dernier qu'on augmente beaucoup son efficacité en l'additionnant de 5 à 10 gouttes, pour 100$^{cm^3}$, d'une solution normale d'hyposulfite de soude. Ce dernier agit principalement en alcalinisant la liqueur.

Les adjuvants spécifiques dont je veux parler sont les chlorures au minimum des métaux de la série du fer, à l'exclusion du fer lui-même; ce sont : le manganèse, le cobalt et le nickel.

Le manganèse, que j'ai essayé autrefois avec succès, à des doses beaucoup plus fortes et comme agent principal, agit ici d'une tout autre manière. C'est le moins efficace des trois. Le cobalt l'est un peu plus, le nickel beaucoup plus.

En ajoutant au liquide banal hypertonique ci-dessus, alcalinisé légèrement, 1 à 1$^{cm^3}$,5 *d'une solution normale de* $NiCl^2$, *on augmente considérablement son efficacité comme agent parthénogénétique.*

C'est là un résultat très imprévu et difficile à expliquer.

On ne saurait invoquer l'acidité habituelle des solutions de ce genre puisqu'elles agissent en liqueur alcalinisée à dessein. D'ailleurs, en neutralisant par la soude, aussi exactement que possible, le chlorure métallique, on ne modifie pas son activité.

Dire que le nickel agit comme catalyseur n'est pas expliquer grand'chose dans l'état actuel de nos connaissances sur la catalyse.

On pourrait songer à une sorte de mordançage, mais l'expérience suivante laisse peu de place à cette explication ; appliqué avant la solution hypertonique, $NiCl^2$ n'a aucune action; appliqué après, il a une action plutôt supérieure à son action dans l'application simultanée.

2° J'ai insisté antérieurement sur l'importance des conditions inhérentes individuellement aux œufs, même aux œufs d'un même ovaire, lesquels présentent des différences considérables, puisque dans un même réactif les uns se développent, les autres non, différences que ni l'observation superficielle ni l'examen histologique par coupes ne permettent de déceler. Ces différences se sont manifestées, dans mes expériences de cette année, par une particularité remarquable.

Je prépare, avec les agents qui me donnent habituellement les meilleurs résultats, quatre séries identiques de réactifs et je soumets à l'action de chaque série les œufs d'un Oursin différent.

Or, non seulement le pourcentage des segmentations varie considérable-

ment d'une série à l'autre, mais le réactif optimum n'est pas le même pour chaque série; en sorte qu'il est, dans une certaine mesure, légitime de parler d'*œufs sensibles au nickel, au cobalt ou au sulfite*.

3° En ce qui concerne le pourcentage des segmentations, mes expériences de cette année ne sont pas en progrès sur celles de l'année passée. Il n'en est pas de même en ce qui concerne la vitalité des larves et le stade auquel j'ai pu les conduire. Un grand nombre sont devenues des Pluteus. Cinq d'entre elles ont montré l'ébauche du jeune Oursin, et chez l'une de de ces cinq, âgée de 1 mois seulement, le petit Oursin était hors de sa loge amniotique, montrant les tentacules terminaux et *deux pédicellaires*, bien que l'appareil larvaire n'ait subi encore qu'un léger commencement de régression.

Il n'est pas inutile d'ajouter que d'innombrables Pluteus, issus de fécondation normale et élevés comparativement dans des conditions identiques, sont tous morts avant d'arriver à un stade aussi avancé.

MÉDECINE. — *Au sujet d'une mission d'études de la Maladie du sommeil.* Note de M. **A. Laveran**.

A la demande de M. Le Myre de Vilers, président de la Société de géographie de Paris, j'ai l'honneur de faire connaître à l'Académie qu'une Mission organisée par la Société de géographie vient de partir pour le Congo français à l'effet d'y étudier la Maladie du sommeil.

Les membres de cette Mission sont: MM. les docteurs Martin et Lebœuf des troupes coloniales, M. Roubaud, agrégé ès sciences naturelles, et M. Weiss, aide-naturaliste.

La Mission s'est embarquée, le 25 octobre, à Bordeaux à destination de Brazzaville.

J'ai l'honneur de déposer sur le bureau les Instructions qui ont été rédigées pour cette Mission, par nos éminents confrères MM. Bouvier et Giard pour la partie zoologique et par moi pour la partie médicale.

La Maladie du sommeil n'est plus la maladie mystérieuse qu'elle était naguère, on sait qu'elle est produite par un trypanosome, *Trypan. gambiense*, et qu'elle est propagée par les *Glossina* ou mouches tsétsé, mais beaucoup de questions relatives à l'histoire de cette redoutable endémie de l'Afrique équatoriale sont encore à l'étude; il importe notamment de

rechercher quelles sont les mesures à prendre pour empêcher l'extension de la maladie dans nos possessions africaines.

Toutes les nations qui ont des colonies dans l'Afrique équatoriale s'inquiètent des progrès rapides que fait la Maladie du sommeil; il est à désirer qu'une entente ait lieu entre ces nations pour rendre plus efficace la lutte contre ce fléau. A ce sujet je dois signaler que l'Association scientifique internationale d'agronomie coloniale a mis la question à son ordre du jour et qu'elle s'efforcera de coordonner les recherches entreprises par les savants des diverses nationalités.

MÉDECINE. — *L'anthracose pulmonaire physiologique d'origine intestinale.* Note de MM. **Calmette**, **Vansteenberghe** et **Grysez**.

Depuis les travaux publiés par nous sur l'anthracose pulmonaire d'origine intestinale et sur la pénétration des poussières minérales et des microbes à travers les parois du tube digestif, plusieurs savants, tant en France qu'à l'étranger, ont étudié le même sujet. Les uns (Cantacuzène) ont confirmé pleinement nos résultats; d'autres (Mironesco, Schültz, Remlinger, Basset, Küss et Lobstein) déclarent ne pas pouvoir souscrire aux conclusions que nous avions formulées.

Küss et Lebstein en particulier (1) affirment que l'anthracose pulmonaire ne relève jamais, ni en totalité ni même partiellement, d'une origine intestinale, qu'il s'agisse de l'anthracose spontanée dite physiologique ou des pneumoconioses pathologiques.

Les rapports étroits que présente cette question avec les idées antérieurement développées par l'un de nous, avec C. Guérin, sur la pathogénie de la tuberculose pulmonaire, nous ont obligés à multiplier nos expériences et nous poussent à revenir sur nos premières affirmations.

Rappelons tout d'abord que, longtemps avant nous, Oesterlein, Robin, Villaret, M^me^ Kleimann, etc. avaient démontré que les poussières introduites dans les voies digestives peuvent passer à travers la muqueuse intestinale et se répandre dans l'organisme. Les cliniciens admettaient d'autant mieux ce fait qu'il existe des observations d'anthracose hépatique et mésentérique dont l'origine ne saurait être aérienne.

(1) *Comptes rendus*, 19 novembre 1906 et *Bulletin médical*, 21 novembre 1906.

Certains de nos contradicteurs nous ont objecté que, lorsqu'on pratique le cathétérisme œsophagien chez le cobaye, on peut faire entrer les liquides dans la trachée.

D'autres (Cohn, Schültz) signalent comme une cause d'erreur possible la préexistence d'une anthracose normale chez les animaux conservés dans les laboratoires au voisinage de lampes ou de foyers fumeux.

D'autres enfin ont employé des animaux jeunes (lapins ou cobayes). Or nous avons démontré que, chez les jeunes mammifères, les ganglions mésentériques retiennent la plupart des poussières insolubles qui peuvent passer dans les voies lymphatiques : il est facile de constater ce fait, car sur les coupes, ces ganglions apparaissent gorgés de granulations noires.

Nous avons donc répété nos expériences en choisissant un lot de cobayes adultes, de 600^{g} à 800^{g}, maintenus depuis plusieurs semaines à l'abri des fumées dans un local chauffé à la vapeur et nous nous sommes assurés, en sacrifiant *un tiers* d'entre eux comme témoins, que leurs poumons et leurs ganglions étaient absolument indemnes.

Un autre tiers était soumis à des séances d'inhalation de durée variable, dans une chambre identique à celle utilisée par Küss et Lobstein, au-dessus d'une lampe garnie d'essence de térébenthine.

Le troisième tiers recevait, soit à la sonde œsophagienne, soit directement dans une anse intestinale après laparotomie, soit dans le péritoine, soit en mélange avec des aliments à l'état pâteux, des quantités d'*encre de Chine* variant de 5$^{cm^3}$ à 20$^{cm^3}$.

Les animaux de la *seconde série* qui ont inhalé les fumées de térébenthine en une seule séance de 30 minutes à 1 heure, et que nous sacrifiions aussitôt par section du cou (ce qui est indispensable pour obvier aux effets de la déglutition consécutive et pour éviter la coloration rouge foncé des poumons asphyxiques), présentaient tous des amas plus ou moins volumineux de noir dans le pharynx et dans la trachée, jusqu'aux ramifications des grosses bronches. Lorsque la séance d'inhalation était prolongée plus longtemps, les particules de noir pénétraient jusque dans les alvéoles. Ces dernières, sur les coupes, se montrent tapissées de poussière. Mais jamais on ne retrouve de grains à la face interne de la plèvre, ni dans le parenchyme, *contrairement à ce qui existe toujours dans l'anthracose d'origine intestinale.*

Par contre, tous les animaux de notre *troisième série* avaient les poumons plus ou moins abondamment piquetés de noir sur toute leur surface. Ceux qui avaient reçu l'encre de Chine dans le péritoine ou dans une anse intestinale après laparotomie étaient les plus atteints. Ceux qui avaient ingéré le noir soit à la sonde, soit avec leurs aliments, présentaient aussi une

anthracose manifeste, sous forme de petites taches pigmentées plus ou moins abondantes sous la plèvre *viscérale*.

Nous nous sommes assurés, pour ces derniers, que le noir n'avait pas pu pénétrer dans les poumons, en faisant chaque fois des témoins qu'on sacrifiait immédiatement après leur repas ou après le cathétérisme œsophagien. En aucun cas, la moindre particule de noir ne se retrouvait dans la trachée.

Examinées au microscope, les lésions de nos animaux anthracosés par les voies digestives présentaient tout à fait l'aspect classique de l'anthracose physiologique : les grains colorés sont inclus dans de grosses cellules qui se localisent *sous la plèvre et dans les cloisons inter-alvéolaires*. Il n'en existe aucun dans les alvéoles ni dans les bronches.

Sur d'autres coupes d'intestin et de ganglions prélevés à des époques variables après l'ingestion du noir, nous avons pu suivre très exactement le passage des granulations colorées entre les cellules de la muqueuse intestinale et dans les ganglions mésentériques où elles ne sont retenues assez longtemps que chez les animaux jeunes. Nous avons ainsi pu nous rendre compte de leur trajet jusqu'au poumon.

En répétant nos expériences sur le lapin, nous avons constaté que le système ganglionnaire mésentérique de cet animal, même adulte, retient énergiquement les granulations de noir. Les ganglions en restent longtemps gorgés et l'anthracose pulmonaire est beaucoup plus difficile à obtenir que chez le cobaye. On parvient cependant à la réaliser fréquemment.

Indiquons enfin que les animaux *non sacrifiés*, soit après une séance d'inhalation, soit après un unique repas d'encre de Chine, éliminent en 48 heures à 3 jours tout le noir qui s'était accumulé dans leurs poumons.

Nous devons donc conclure :

1° Que les poussières colorées, de dimensions suffisamment fines, introduites dans les voies digestives, traversent la paroi intestinale et, chez le cobaye adulte, sont rapidement transportées par les voies lymphatiques et sanguines jusqu'au poumon qui les retient plus ou moins longtemps dans son parenchyme;

2° Que l'ingestion de ces poussières colorées provoque chez le cobaye, déjà 6 heures après, l'apparition de taches anthracosiques constituées par des dépôts de granulations noires, surtout abondantes sous la plèvre viscérale;

3° Que l'inhalation plus ou moins prolongée de ces mêmes poussières

peut entraîner leur accumulation dans le pharynx, les bronches et les alvéoles et produire des lésions anthracosiques différentes par leur aspect de celles que l'on obtient par l'ingestion ;

4° Qu'en conséquence, *à côté de l'anthracose d'origine respiratoire et purement mécanique, dont nous n'avons jamais songé à nier l'existence, il faut admettre la réalité de l'anthracose physiologique d'origine intestinale.*

M. **E.-L. Bouvier** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Récoltes et conservation des Diptères.*

PRÉSENTATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui devra être présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique pour un poste d'Astronome titulaire, vacant à l'Observatoire de Paris.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat, le nombre des votants étant 46 :

M. Renan	obtient.	43 suffrages
M. E. Fabry	»	3 »

Au deuxième tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat, le nombre des votants étant 44 :

M. E. Fabry réunit l'unanimité des suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne.	M. **Renan**.
En seconde ligne.	M. **E. Fabry**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, l'Ouvrage suivant :

Notes on the life history of british flowering plants, by the right hon. **Lord Avebury**. (Présenté par M. Bonnier.)

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète* 1906 *h faites au grand équatorial de l'Observatoire de Bordeaux.* Note (¹) de M. **Ernest Esclangon.**

Observations de la comète.

Dates. 1906.	Étoiles.	Temps sidéral de Bordeaux.	$\Delta\alpha$.	$\Delta\mathcal{P}$.	Nombre de comparaisons.
		h m s	m s	′ ″	
Novembre 22.	*a*	3.14.31,1	—2.22,88	+ 6.58,6	24:6
» 23.	*b*	3. 6.40,5	—3.16,97	— 4.15,5	24:6

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1906,0.

Étoiles.	Autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	
a....	Cape Catalogue 1880, n° 1761	4. 5. 7,40	+3,08	93.49.15,2	—4,8
b....	Schjellerup 1865, n° 1317	4. 5.45,87	+3,08	94.10.55,5	—4,6

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1906.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Nov. 22.....	11.10.25,9	4. 2.47,60	—0,104	93.56. 9,1	—0,824
» 23.....	10.58.40,6	4. 2.31,98	—0,101	94. 6.35,3	—0,824

La comète présente l'aspect d'une nébulosité uniforme de 30″ de diamètre sans noyau apparent.

Dans la soirée du 22 novembre et à l'occasion de l'observation de la comète, j'ai aperçu, au voisinage de l'étoile de comparaison désignée par la lettre *a* dans le Tableau précédent, deux nébulosités de grandeur 12,0. La première était très allongée (30″ environ) et la deuxième était circulaire. J'ai montré ces nébulosités à M. Godard, assistant, qui les a distinguées parfaitement. J'ai fait sur elles une vingtaine de pointés, tant en déclinaison qu'en ascension droite. En désignant par α et δ les coordonnées de l'étoile *a*, celles des nébulosités en question étaient à minuit :

Nébulosité I.....	$\alpha - 6^s,8$	$\delta + 5''$
Nébulosité II.....	$\alpha - 4^s,7$	$\delta - 2',21''$

Les pointés qui sont concordants ont été espacés sur un intervalle de 2 heures de

(¹) Présentée dans la séance du 26 novembre.

temps. La nébulosité I n'a pas révélé de marche sensible, la nébulosité II semble avoir marché de $+1^s$ en α et de $-12''$ en δ. Le lendemain 23 novembre, par un ciel très beau, ces nébulosités avaient disparu et je n'ai pu les retrouver. Correspondaient-elles à une réalité ou bien étaient-elles dues à une interposition passagère d'eau entre les verres de l'objectif? La question pourrait être tranchée si d'autres observateurs, opérant dans la même soirée avec des instruments de plus grande ou de même puissance et ayant choisi la même étoile de comparaison, avaient aperçu les nébulosités en question.

ASTRONOMIE. — *Observations des comètes Thiele et Metcalf* (*g* et *h* 1906) *faites à l'Observatoire d'Alger, à l'équatorial coudé de* $0^m,318$; par MM. **Rambaud** et **Sy**.

Dates. 1906.	Temps moyen d'Alger.	Comètes.	$\Delta\alpha$.	$\Delta\delta$.	Nombre de compar.	Étoiles.	Obs^{rs}.
	h m s		m s	′ ″			
Nov. 13.....	14.41. 2	*g*	+0.13,61	+ 5.42,5	7: 6	1	R
» 14.....	17. 1.38	*g*	—1.11,85	— 0.29,3	11:10	2	S
» 14.....	17.12.43	*g*	—1. 9,71	+ 0. 6,1	12:10	2	R
» 16.....	14.58.32	*g*	—0. 3,86	+ 7.17,2	12:12	3	R
» 16.....	15.10.54	*g*	—0. 1,63	+ 8. 0,6	12:10	3	S
» 19.....	16. 8.12	*h*	+0.36,74	—10. 1,6	8:10	4	R
» 19.....	16.18.46	*h*	+0.37,00	—10. 6,8	10:10	4	S
» 19.....	16.51.26	*g*	—2.43,96	— 1.49,2	12: 8	5	S
» 19.....	17. 8. 4	*g*	—2.40,31	— 0.43,6	9: 8	5	R
» 20.....	14.34.28	*h*	—1.55,47	+13.20,6	15:10	6	R
» 20.....	14.58.49	*h*	—1.55,67	+13. 8,1	13:10	6	S
» 20.....	15.39.20	*g*	—2.51,00	— 0.39,0	12: 8	7	S
» 20.....	15.58.12	*g*	—2.46,37	+ 0.25,4	12: 8	7	R

Positions des étoiles de comparaison pour 1906,0.

Étoiles.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
1..	9.28.42,75	+1,79	+15.54.45,2	—12,8	A.G. Berlin A, n° 3151
2..	9.35.13,57	+1,79	+17.23.50,1	—13,6	A.G. Id., n° 3888
3..	9.43.20,89	+1,80	+19.45. 9,9	—14,8	A.G. Id., n° 3930
4..	4. 2.48,81	+3,06	+ 3.14.52,2	+ 5,2	A.G. Strasbourg, n° 1032
5..	10. 1.54,44	+1,77	+24. 3.50,7	—17,0	AG. Berlin B, n° 3933
6..	4. 5. 7,32	+3,06	— 3.49.14,0	+ 5,0	A.G. Strasbourg, n° 1047
7..	10. 7.12,65	+1,76	+25.21.32,4	—17,6	A.G. Cambridge, n° 5249

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1906.	Comètes.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
		h m s		° ′ ″	
Nov. 13.....	*g*	9.28.58,15	$\bar{1},572_n$	+16. 0.14,9	0,578
» 14.....	*g*	9.34. 3,51	$\bar{1},098_n$	+17.23. 7,2	0,472
» 14.....	*g*	9.34. 5,65	$\bar{1},010_n$	+17.23.42,6	0,468
» 16.....	*g*	9.43.18,83	$\bar{1},556_n$	+19.52.12,3	0,514
» 16.....	*g*	9.43.21,06	$\bar{1},532_n$	+19.52.55,7	0,501
» 19.....	*h*	4. 3.28,61	$\bar{1},607$	— 3.24.48,6	0,736
» 19.....	*h*	4. 3.28,87	$\bar{1},620$	— 3.24.53,8	0,731
» 19.....	*g*	9.59.12,25	$\bar{1},217_n$	+24. 1.44,5	0,315
» 19.....	*g*	9.59.15,90	$\bar{1},110_n$	+24. 2.50,1	0,269
» 20.....	*h*	4. 3.14,91	$\bar{1},453$	— 3.35.48,4	0,747
» 20.....	*h*	4. 3.14,71	$\bar{1},508$	— 3 36. 0,9	0,745
» 20.....	*g*	10. 4.23,41	$\bar{1},496_n$	+25.20.35,8	0,367
» 20.....	*g*	10. 4.28,04	$\bar{1},444_n$	+25.21.40,2	0,339

13 *nov.* — Le ciel brumeux se couvre pendant les observations de la comète *g*.

14 *nov.* — La nébulosité de la comète paraît ronde avec un diamètre d'environ 3′; condensation centrale dont l'éclat est comparable à celui d'une étoile de 10ᵉ grandeur.

20 *nov.* — Ciel très beau, images excellentes. La comète *h* est très faible, la nébulosité est de forme irrégulière; condensation très apparente dont l'éclat est comparable à celui d'une étoile de 12ᵉ grandeur.

La nébulosité de la comète *g* paraît s'allonger suivant la direction dont l'angle de position est d'environ 45°.

ASTRONOMIE. — *Observation de la comète Metcalf* (1906 *h*) *faite à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon.* Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. Lœwy.

Date. 1906.	Étoile de comparaison.	✱—★ Δα.	✱—★ Δδ.	Nombre de comparaisons.
		m s	′ ″	
Nov. 20....	*a*.BD—3°,686	+0. 7,18	+6. 7,6	12:12

Positions des étoiles de comparaison pour 1906,0.

Étoiles.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a.....	4. 3. 6,45	+1,86	— 3.41. 5,4	+ 5,1	Rapportée à *b*
b.....	4. 3.52,67	»	— 3.48.22,7	»	AG. Strasbourg, 1038

Position apparente de la comète.

Date. 1906.	Temps moyen de Lyon.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
Nov. 20.	12.41.27	4. 3.15,49	+8,791	— 3.34.52,7	+0,822

Remarque. — La comète a l'aspect d'une nébulosité circulaire d'environ 30″ de diamètre, avec condensation centrale et apparence d'un petit noyau; l'éclat total est de 11ᵉ grandeur.

ARITHMÉTIQUE. — *Sur certains nombres transcendants.* Note de M. **Edmond Maillet**, présentée par M. Jordan.

Soit I une irrationnelle limite de la suite de fractions rationnelles

$$I_1 = P_1 Q_1^{-1}, \quad \ldots, \quad I_n = P_n Q_n^{-1}, \quad \ldots$$

(Q_n réel $\geq Q_{n-1}$, lim. $Q_n = \infty$ pour $n = \infty$, $P_n = A_n + B_n i$; A_n, B_n entiers réels), et

$$|I - I_n| = Q_n^{-\varphi_n} \neq 0, \tag{1}$$

φ_n étant plus grand que tout nombre donné α pour une infinité de valeurs de n. Par définition, I est un nombre de Liouville; I est transcendant.

Je suppose (¹)

$$\varphi_{n_1} \geq Q_{n_1}^{\beta_{n_1}} \tag{2}$$

pour une infinité de valeurs n_1 de n, β_{n_1} étant plus grand que toute quantité donnée β pour une infinité de valeurs de n_1. Alors :

I. Soient $a_1, a_2, \ldots, a_\mu$ des nombres rationnels positifs quelconques $\neq 1$, $I^{(1)}, I^{(2)}, \ldots, I^{(\nu)}$ des nombres de Liouville positifs quelconques fonctions rationnelles, à coefficients entiers réels, du nombre réel I de Liouville satisfaisant à (2). Soit encore un polynome ψ à coefficients entiers positifs formé avec les nombres $I^{(j)}$, $a_k^{I^{(j)}}$, $I^{(j)^{I^{(k)}}}$, $I^{(j)^{a_k}}$. Si la fonction $\Psi(x)$, obtenue en remplaçant I par x dans ψ, dépend de x, ψ est un nombre transcendant.

(¹) Soient I réel > 0, et $c_0 + 1 : c_1 + \ldots + 1 : c_n + \ldots$ son développement en fraction continue arithmétique (les c_n entiers > 0). On sait que (2) ne peut être en défaut, quand les I_n sont les réduites de I, que si la rapidité de croissance des c_n est limitée supérieurement en fonction de n (c'est-à-dire si l'ordre de I est limité).

Ce théorème comprend divers corollaires que j'ai déjà en partie indiqués :

II. Quand $a > 0$ et $\neq 1$, a^{I}, $a^{-\mathrm{I}}$, $a^{\mathrm{I}} + a^{-\mathrm{I}}$, I^{I} sont transcendants.

III. Le logarithme d'un nombre rationnel ou algébrique réel > 1, dans le système de base a rationnelle > 1, ne peut être un nombre I satisfaisant à (2). Par suite son développement en fraction continue arithmétique a son ordre (autrement dit, la rapidité de croissance de ses quotients incomplets) limité.

IV. Il en est de même pour la racine positive de l'équation $x^x = m$, où m est algébrique > 1.

On peut définir des ensembles de nombres de Liouville satisfaisant à (2), dont chacun forme un groupe par rapport aux quatre opérations fondamentales de l'arithmétique, et tels que le résultat I reste vrai, moyennant certaines restrictions (les a_k et les $\mathrm{I}^{(j)} > 1$), quand les $\mathrm{I}^{(j)}$ appartiennent à un même ensemble.

On démontre aussi, pour ces ensembles ou d'autres plus généraux, l'impossibilité d'une identité de la forme

$$\sum_{0}^{\nu} \mathrm{J}^{(k)} e^{\mathrm{I}^{(k)}} = 0,$$

où les $\mathrm{J}^{(k)}$ et les $\mathrm{I}^{(k)}$ sont des nombres d'un même ensemble (les $\mathrm{J}^{(k)} \neq 0$, les $\mathrm{I}^{(k)}$ distincts). En observant que ces ensembles contiennent les fractions rationnelles à coefficients entiers formés avec un nombre de l'ensemble, on obtient un énoncé et divers corollaires que j'ai indiqués, au moins en partie, ailleurs.

Les résultats contenus dans la présente Note feront l'objet d'un Mémoire plus détaillé.

GÉOMÉTRIE. — *Remarques sur la recherche des surfaces isothermiques.* Note de M. **L. Raffy**.

M. Rudolf Rothe ayant rappelé dans une Note récente (*Comptes rendus*, 15 octobre 1906) l'équation dont il a fait dépendre la recherche des surfaces isothermiques, je vais comparer cette équation avec celle que j'emploie pour le même problème (*Comptes rendus*, 26 juin 1905; *Annales de l'École Normale*, 1906).

1. M. Rothe considère (*Inaugural Dissertation*, Berlin, 1897) une surface isothermique, rapportée à ses lignes de courbure ($u = \text{const.}$, $v = \text{const.}$); il représente son élément linéaire par $\omega^{-2}(du^2 + dv^2)$ et ses courbures principales par r_1 et r_2. Il introduit ensuite la fonction auxiliaire $R = (r_1 + r_2)\omega^{-1}$ et prouve (p. 23) que cette fonction vérifie l'équation du quatrième ordre

$$(D) \qquad \mathcal{J}\left(R\Delta \log R + \frac{R^3}{4}\right) = \mathcal{J}\left(\frac{1}{R}\right),$$

où les symboles $\mathcal{J}$ et Δ ont les significations suivantes :

$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2}.$$

M. Rothe ne précise pas le détail des opérations que l'on devra faire, connaissant une solution de l'équation (D), pour déterminer les surfaces correspondantes. Il indique (p. 24) que la fonction $R' = (r_1 - r_2)\omega^{-1}$ vérifie aussi l'équation (D).

Par une méthode tout à fait différente de celle de M. Rothe, M. Calapsò (*Rendiconti di Palermo*, 1903) a obtenu pour la fonction R (et aussi pour la fonction R') l'équation

$$(C) \qquad \Delta\mathcal{J}(R) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2(R^2)}{\partial u\,\partial v} = 0,$$

qui n'est qu'une autre forme de l'équation (D) et qui, d'ailleurs, résulte immédiatement des deux relations

$$\mathcal{J}(R) = h, \qquad \frac{\partial R}{\partial u}\frac{\partial R}{\partial v} + hR^2 + \Delta h = 0, \qquad \left(h = \frac{\omega''_{uv}}{\omega}\right)$$

établies (p. 18) par M. Rothe. L'analyse de M. Calapsò montre que, connaissant une solution de l'équation (C), on devra, pour déterminer *intrinséquement* les surfaces correspondantes, intégrer un système complet dont l'intégrale générale dépend *de cinq constantes arbitraires;* pour obtenir les expressions des coordonnées, il reste encore, comme on sait, à intégrer deux équations de Riccati.

2. Dans les travaux précités, j'emploie l'équation de Bonnet que vérifie toute coordonnée isotrope ξ d'une surface d'élément linéaire $4\varphi^2\,d\alpha\,d\beta$. Les dérivées de ξ étant désignées par p, q, r, s, t, cette équation s'écrit

$$(1) \qquad (rt - s^2)\varphi - 2tp\varphi'_\alpha - 2rq\varphi'_\beta + 4pq\varphi''_{\alpha\beta} = 0;$$

quand on en connaît une solution (ξ, φ), la surface correspondante s'obtient par des quadratures. A cette équation qui est, relativement à la fonction φ, une *équation de Laplace* d'invariants h et k, j'associe la condition d'isothermie

$$\frac{1}{A_0(\alpha)}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{p}{\varphi^2}\right) = \frac{1}{B_0(\beta)}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{q}{\varphi^2}\right) \tag{2}$$

et j'élimine φ. J'obtiens ainsi pour ξ une équation du quatrième ordre, qu'on peut mettre sous la forme très simple

$$q\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{pk}{A_0 q}\right) - p\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{qh}{B_0 p}\right) = 0. \tag{F}$$

A toute solution (ξ, A_0, B_0) de cette équation correspond un système complètement intégrable formé par les équations (1), (2) et les deux dérivées premières de l'équation (2); l'intégrale générale φ de ce système est une *fonction linéaire et homogène de deux constantes arbitraires;* elle s'obtient par quadrature (Mémoire cité, p. 405) dès que l'on connaît une valeur particulière de φ.

3. La différence des opérations qu'il reste à effectuer, suivant que l'on possède une solution de l'équation (D) ou une solution de l'équation (F), s'explique quand on exprime R et R′ en fonction de ξ; on trouve, en effet,

$$R' = \frac{4i}{\sqrt[4]{A_0 B_0}}\sqrt{\frac{s^2}{4pq}} = \frac{4i\sqrt{\tau}}{\sqrt[4]{A_0 B_0}}, \qquad R = \frac{4i\sqrt{\tau'}}{\sqrt[4]{A_0 B_0}}, \tag{4}$$

en désignant par τ' ce que devient l'invariant τ dans la transformation de Bour-Christoffel. D'après les formules de passage

$$\sqrt{A_0}\,d\alpha + \sqrt{B_0}\,d\beta = 2\,du, \qquad \sqrt{A_0}\,d\alpha - \sqrt{B_0}\,d\beta = 2i\,dv, \tag{5}$$

l'expression de R′ devient

$$R' = 2i\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial v^2}\right)\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial\xi}{\partial v}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

En conséquence, l'équation de M. Rothe *est une équation du sixième ordre pour la fonction* ξ; or, il va sans dire que l'équation (F) reste *du quatrième ordre* quand on y fait le changement de variables (5), avec ou sans la supposition facultative $A_0 = B_0 = 1$.

4. Il n'est pas sans intérêt de chercher ce que devient dans notre système de notations l'équation (C) de M. Calapso. J'y remplace R par R′

et R′ par son expression (4); puis j'effectue le changement de variables (5) et je trouve, tous calculs faits,

$$(6)\qquad \begin{cases} \frac{1}{A_0}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\tau_1\frac{\partial\log\tau\tau_1}{\partial\alpha}\right)+\left(\frac{1}{A_0}\right)'\tau_1\frac{\partial}{\partial\alpha}\log\tau\tau_1^2+\left(\frac{1}{A_0}\right)''\tau_1 \\ -\frac{1}{B_0}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\tau_1\frac{\partial\log\tau\tau_1}{\partial\beta}\right)-\left(\frac{1}{B_0}\right)'\tau_1\frac{\partial}{\partial\beta}\log\tau\tau_1^2-\left(\frac{1}{B_0}\right)''\tau_1=0, \end{cases}$$

ou, sous forme plus condensée,

$$(6)'\qquad \frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial\alpha}\frac{\tau\tau_1}{A_0}\right)-\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{\tau\tau_1}{B_0}\right)=0,\qquad \tau_1=\tau-\frac{\partial^2\log\sqrt{\tau}}{\partial\alpha\,\partial\beta}.$$

Cette équation appellerait bien des remarques. Disons seulement qu'elle conduit à chercher les surfaces pour lesquelles τ_1 est nul (voir Mémoire précité), les surfaces de révolution et certaines surfaces à neuf constantes arbitraires qu'on définit intrinsèquement en prenant $\tau=m(\alpha+\beta)^{-2}$; on est alors amené, quelle que soit la constante $m\neq 1$, à une équation aux fonctions mêlées traitée par M. Darboux (*Théorie des surfaces*, t. II, p. 210).

5. L'équation (F) suffisant à caractériser les surfaces isothermiques, il est certain *a priori* que l'équation (6) doit pouvoir s'en déduire. Voici comment on vérifiera qu'il en est bien ainsi : désignant par Φ le premier membre de l'équation (F), qu'on forme la combinaison

$$\left[\left(\frac{s}{p}\right)'_\alpha+\left(\frac{s}{q}\right)'_\beta\right]\frac{\Phi}{s}+\frac{s}{p}\frac{\partial}{\partial\alpha}\frac{\Phi}{s}+\frac{s}{q}\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{\Phi}{s}+2\frac{\partial^2}{\partial\alpha\,\partial\beta}\frac{\Phi}{s}$$
$$=\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{p}\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{p\Phi}{s}\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial\alpha}\frac{q\Phi}{s}\right);$$

après des calculs assez longs, on retrouvera, terme pour terme, le premier membre de l'équation (6), ce qui prouve que l'équation de M. Rothe est une conséquence de notre équation (F).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les points critiques des fonctions inverses.* Note de M. **A. Hurwitz**, présentée par M. Émile Picard.

Soit $s=f(z)$ une fonction uniforme, méromorphe dans tout le plan excepté au point à l'infini qui est un point singulier essentiel de la fonction. D'après un théorème classique de M. Picard la fonction inverse $z=g(s)$ de la fonction $f(z)$ a une infinité de déterminations pour un argument s donné, sauf peut-être pour une ou deux valeurs exceptionnelles de s.

Comment déterminer les points critiques de la fonction multiforme $g(s)$? C'est une question importante pour beaucoup de recherches et qui n'a pas encore reçu à ma connaissance une réponse satisfaisante. Dans les lignes qui suivent je me propose de donner l'énoncé d'un théorème qui caractérise les points critiques de $g(s)$ d'une manière générale.

D'après un théorème de Weierstrass, qui n'est d'ailleurs qu'un simple corollaire du théorème cité de M. Picard, on peut faire tendre z vers l'infini de telle sorte que $f(z)$ tende vers une valeur arbitrairement donnée. Mais il n'en est plus ainsi lorsque l'on impose la condition que z doit tendre vers l'infini d'une *manière continue*. Je veux dire ceci : si l'on fait

$$z = \varphi(\tau) + i\psi(\tau),$$

$\varphi(\tau)$ et $\psi(\tau)$ étant des fonctions réelles de la variable réelle τ, continues pour $a \leqq \tau < b$ et telles que $\lim_{\tau = b}[\varphi(\tau) + i\psi(\tau)] = \infty$, il se peut que $\lim_{\tau = b} f(z)$ ait une valeur finie et déterminée.

Mais on ne peut pas, en général, déterminer $\varphi(\tau)$ et $\psi(\tau)$ de telle sorte que cette valeur limite de $f(z)$ coïncide avec une valeur arbitrairement donnée. Maintenant désignons les valeurs limites de $f(z)$ qui peuvent être obtenues de la manière indiquée par le symbole $\lim_{\infty} f(z)$; désignons, en outre, par z_ν les zéros de $f'(z)$. On a le théorème suivant :

Les points critiques à distance finie de la fonction inverse $z = g(s)$ sont les points

$$s = f(z_\nu) \qquad \text{et} \qquad s = \lim_{\infty} f(z).$$

L'exemple le plus simple est fourni par la fonction $s = e^z$. Pour cette fonction, il n'existe aucun point z_ν et la seule valeur $\lim e^z$ est zéro. Donc, la fonction inverse $z = \log s$ n'a que le point critique $s = 0$. Pour la fonction $s = ze^{-z}$, il y a un seul point $z_\nu = 1$ et une seule valeur $\lim_{\infty} ze^{-z} = 0$. Donc, la fonction inverse de ze^{-z} n'a que les points critiques $s = \frac{1}{e}$ et $s = 0$. En appliquant notre théorème à l'équation de Kepler

$$s = \frac{z - a}{\sin z},$$

on trouve que la solution z de cette équation considérée comme fonction

de s n'admet que les points critiques

$$s = 0 \qquad \text{et} \qquad s = \frac{1}{\cos z_\rho},$$

z_ρ prenant les valeurs satisfaisant à l'équation $\operatorname{tang} z = z - a$.

Un autre exemple intéressant est donné par l'intégrale

$$s = \int_0^z e^{-z^2} dz = z - \frac{z^3}{3} + \dots.$$

Comme $\frac{ds}{dz} = e^{-z^2}$, il n'y a pas de points z_ρ. Parmi les valeurs

$$\lim_{\infty} \int_0^z e^{-z^2} dz,$$

il y a évidemment les valeurs $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ et $-\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$; par conséquent, les points $s = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ sont des points critiques de la fonction inverse de l'intégrale considérée. Probablement, il n'y en a pas d'autres; mais je n'ai pas encore réussi à le démontrer d'une manière rigoureuse.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions périodiques.* Note (¹) de M. **P. Cousin**, présentée par M. Appell.

Les fonctions méromorphes de trois variables complexes qui admettent les quatre systèmes de périodes $2i\pi, 0, 0; 0, 2i\pi, 0; 0, 0, 2i\pi; \alpha, \beta, \gamma$ sont des quotients de fonctions entières satisfaisant aux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
f(x + 2i\pi, y, z) &= f(x, y, z),\\
f(x, y + 2i\pi, z) &= e^{m_{2,1}x} f(x, y, z),\\
f(x, y, z + 2i\pi) &= e^{m_{3,1}x + m_{3,2}y} f(x, y, z),\\
f(x + \alpha, y + \beta, z + \gamma) &= e^{L(x,y,z) + g(x,y,z)} f(x, y, z),
\end{aligned}$$

dans lesquelles

$$L(x, y, z) = m_{4,1}x + \left(\frac{m_{2,1}\alpha}{2i\pi} + m_{4,2}\right)y + \left(\frac{m_{3,1}\alpha + m_{3,2}\beta}{2i\pi} + m_{4,3}\right)z,$$

(¹) Présentée dans la séance du 26 novembre.

$m_{2,1}$, $m_{3,1}$, $m_{3,2}$, $m_{4,1}$, $m_{4,2}$, $m_{4,3}$ étant six entiers et $g(x, y, z)$ une fonction entière de x, y, z admettant la période $2i\pi$ relativement à chacune des variables. Nous mettons en évidence les parties réelles et les parties imaginaires de α, β, γ en posant

$$\alpha = \lambda_1 + i\mu_1, \qquad \beta = \lambda_2 + i\mu_2, \qquad \gamma = \lambda_3 + i\mu_3.$$

Il y a entre les λ, les μ et les m une condition d'inégalité nécessaire à laquelle on parvient de la façon suivante.

Par le changement de variables suivant ($\lambda_1 \neq 0$) :

$$x = \frac{\lambda_1}{2i\pi}\mathrm{X}, \qquad y = \frac{\lambda_2}{2i\pi}\mathrm{X} + \mathrm{Y}; \qquad z = \frac{\lambda_3}{2i\pi}\mathrm{X} + \mathrm{Z},$$

les quatre systèmes de périodes précédents deviennent les quatre suivants :

$$\begin{array}{ccc} \omega, & i\beta, & i\gamma, \\ 0, & 2i\pi, & 0, \\ 0, & 0, & 2i\pi, \\ \omega', & i\beta', & i\gamma' \end{array}$$

avec

$$\omega = -\frac{4\pi^2}{\lambda_1}; \qquad \omega' = 2i\pi - 2\pi\frac{\mu_1}{\lambda_1}; \qquad \beta = -2\pi\frac{\lambda_2}{\lambda_1}; \qquad \gamma = -2\pi\frac{\lambda_3}{\lambda_1};$$

$$\beta' = \frac{\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1}{\lambda_1}; \qquad \gamma' = \frac{\lambda_1\mu_3 - \lambda_3\mu_1}{\lambda_1}.$$

En outre, en suivant l'analyse que j'ai indiquée dans mon Mémoire *Sur les fonctions périodiques* (*Annales de l'École Normale supérieure*, t. XIX, 3e série, p. 30 à 39), on peut remplacer la fonction $f(x, y, z)$ par la fonction entière $\Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z})$ qui satisfait aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y} + 2i\pi, \mathrm{Z}) &= \Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z}), \\ \Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z} + 2i\pi) &= e^{a'\mathrm{Y}}\Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z}), \\ \Phi(\mathrm{X} + \omega, \mathrm{Y} + i\beta, \mathrm{Z} + i\gamma) &= e^{b\mathrm{Y} + c\mathrm{Z} + h_1(\mathrm{Y}, \mathrm{Z})}\Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z}), \\ \Phi(\mathrm{X} + \omega', \mathrm{Y} + i\beta', \mathrm{Z} + i\gamma') &= e^{a'\mathrm{X} + b'\mathrm{Y} + c'\mathrm{Z} + h_2(\mathrm{Y}, \mathrm{Z})}\Phi(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z}), \end{aligned}$$

$h_1(\mathrm{Y}, \mathrm{Z})$ et $h_2(\mathrm{Y}, \mathrm{Z})$ sont les fonctions entières de Y et de Z; a, b, c, a', b', c' sont des constantes; la constante a' est égale à $\frac{-i\mathrm{A}}{4\pi^2}$ en posant

$$\begin{aligned} \mathrm{A} = {} & 2m_{4,1}\pi\lambda_1 + 2m_{4,2}\pi\lambda_2 + 2m_{4,3}\lambda_3 + m_{3,2}(\lambda_3\mu_2 - \lambda_2\mu_3) \\ & + m_{2,1}(\lambda_2\mu_1 - \lambda_1\mu_2) + m_{3,1}(\lambda_3\mu_1 - \lambda_1\mu_3). \end{aligned}$$

Cette valeur de A est, nous allons le montrer, nécessairement positive.

Soit $\Psi(X, Y, Z)$ la dérivée partielle logarithmique prise par rapport à X de $\Phi(X, Y, Z)$.

Si l'on attribue à Y et Z des valeurs quelconques, mais fixes, le nombre des zéros de $\Phi(X, Y, Z)$ situés à l'intérieur d'un parallélogramme construit dans le plan de la variable X sur les deux segments $p\omega$, $q\omega'$ (p et q étant des entiers positifs) menés à partir d'un point X_0, sera donné par l'intégrale

$$N_{pq} = \frac{1}{2i\pi}\int \Psi(X, Y, Z)\, dX,$$

prise le long du parallélogramme dans le sens direct.

On peut démontrer, en se servant des formules écrites ci-dessus, que N_{pq} est donné par la formule

$$\pm N_{pq} = pq\left(\frac{B}{2q\pi} + \frac{C}{2p\pi} - \frac{A}{2\pi\lambda_1}\right)$$

dans laquelle B et C ont des modules inférieurs à un nombre positif M indépendant de p et q; le signe à prendre devant N_{pq} étant + si $\lambda_1 < 0$ et − si $\lambda_1 > 0$. Si p et q augmentent *tous deux* indéfiniment, le quotient $\frac{N_{pq}}{pq}$, essentiellement positif, a pour limite $-\frac{A}{2\pi\lambda_1}$ si $\lambda_1 < 0$ et $\frac{A}{2\pi\lambda_1}$ si $\lambda_1 > 0$. Donc A ne peut pas être négatif.

Il ne peut pas être nul si la fonction $\Phi(X, Y, Z)$ s'annule et s'il n'existe pas de relation de réduction entre les périodes; car j'ai montré (*loc. cit.*) que, dans ce cas, on peut construire un réseau de parallélogrammes de dimensions $p_1\omega$, $q_1\omega'$ tel qu'il y ait au moins un zéro de $\Phi(X, Y, Z)$ dans chacun des parallélogrammes.

Remarquons enfin que $\left|\frac{A}{2\pi\lambda_1}\right|$ peut être appelé le *nombre moyen* de zéros par parallélogramme des périodes ω et ω' dans tout le plan de la variable X et que ce nombre (généralement incommensurable) est indépendant de Y et Z. Les considérations précédentes s'étendent immédiatement à un nombre quelconque de variables.

PHYSIQUE. — *Diffusion des solutions de* $CuSO^4$ *dans la gélatine.* Note de M. **Yegounow** (1).

Les formules que j'ai données dans la Note précédente (2) permettent de déterminer avec une grande précision la valeur de la constante a pour les solutions de toute concentration; cela se rapporte surtout aux cas où l'espace parcouru h par la substance diffusante peut, par exemple, être déterminé d'une manière très précise, d'après la coloration, en contrôlant l'opération par un réactif, comme par exemple pour la solution de $CuSO^4$ par le ferrocyanure de potassium.

Bien que $CuSO^4$ donne avec la gélatine certaines combinaisons, dont on peut juger d'après les indices physiques (3), son mouvement suit rigoureusement la loi de Stefan $h = a\sqrt{t}$; seule change la valeur de $c = \frac{k}{a^2}$, qui, à 10° C. dans la gélatine à 10 pour 100 pour la solution normale de $CuSO^4$, est égale à 0,10 au lieu de 0,056, ce qui modifie dans une certaine mesure les autres grandeurs dans l'équation

$$M = 10p\,2^{b-\frac{\gamma}{m}} \qquad (1)$$

donnée déjà dans la Note précédente (M, poids moléculaire; p, teneur en pour 100; m, différence entre deux valeurs de $\gamma(a^2)$ avec le dédoublement de la concentration dans les limites $\frac{1}{1} - \frac{1}{32}N$, et $b = \frac{a_1^2}{m}$, où a_1 est une constante de la solution normale).

Les valeurs de a en millimètres pour $CuSO^4$, obtenues par expérience (4) à 10° C. dans de la gélatine pure à 10 pour 100, sont données dans le Tableau (I, a^2 et a).

		$\frac{1}{1}$N.	$\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{4}$.	$\frac{1}{8}$.	$\frac{1}{16}$.	$\frac{1}{32}$.	$\frac{1}{64}$.	$\frac{1}{128}$.	$\frac{1}{256}$.	$\frac{1}{512}$.	$\frac{1}{1000}$.	$\frac{1}{2000}$.	$\frac{1}{4000}$.	$\frac{1}{8000}$N.
I.	$\gamma(=a^2)$.	2,01	1,69	1,41	1,28	(1,09)	1,0	(0,81)	0,74	0,69	(0,58)	0,462	»	0,325	0,212
	a_{mm}....	14,2	13,0	11,88	11,3	»	10,0	»	8,62	8,3	»	6,8	»	5,7	4,6
II.	γ.....	2,01	1,71	1,41	1,31	1,11	1,01	0,81	0,723	0,648	0,573	0,458	0,405	0,324	0,228
	a.....	14,2	13,1	11,9	11,45	10,5	10,0	9,0	8,5	8,05	7,56	6,77	6,37	5,68	4,79

(1) Présentée dans la séance du 26 novembre.

(2) *Comptes rendus*, 23 avril 1906.

(3) 1° Élévation considérable du point de fusion; 2° coloration plus intense que celle de $CuSO^4$ même, ce qui a lieu d'après mes observations depuis $\frac{1}{24}$, et au-dessous, de la solution normale (N); 3° différence de coloration de la gélatine et de $CuSO^4$.

(4) Les chiffres mis entre parenthèses ont été trouvés graphiquement.

Il suit de l'équation (1) que

$$\frac{M 2^{\frac{y}{m}}}{p} = 10.2^{b} = 10C. \tag{2}$$

C'est généralement une constante pour toute substance. D'où

$$y = \frac{m}{\log 2} \log\left(\frac{C.10p}{M}\right). \tag{3}$$

On voit, d'après le Tableau précédent, que $m = 0,3$;

$$b = \frac{2,01}{0,3} 6,7;$$

d'où

$$C = 104, \qquad M = 159;$$

par conséquent,

$$y = \frac{0,3}{0,301} \log\left(\frac{104.10p}{159}\right) = 0,997 \log\left(\frac{1040p}{159}\right).$$

Substituant à p — les valeurs correspondantes, nous obtenons les valeurs de y et de a, données à la troisième et quatrième ligne de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{16}$ N (II, a^2, a). On trouve 0,51 au lieu de 0,58 pour $\frac{1}{32}$ N; c'est pourquoi il est préférable de calculer les autres valeurs de a d'après l'ordonnée $\frac{1}{16}$ N ($y_1 = 0,81$). Pour $CuSO^4$ ce calcul s'effectue avec une grande précision, en traitant la partie de la courbe entre $\frac{1}{19}$ et 0 comme une *parabole,* partant :

$$y = y_1 \sqrt{\frac{x}{x_1}}, \tag{4}$$

où y_1 et x_1 sont des coordonnées de $\frac{1}{n}$ N, d'où $x_1 = \frac{1}{n}$. Dans ce cas $y_1 = 0,81$ et $x_1 = \frac{1}{16}$; par conséquent, $y = 0,81\sqrt{16x}$; attribuant à x la valeur de $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$, etc., jusqu'à $\frac{1}{200}$, on obtient les valeurs de y et a entre $\frac{1}{16}$ et $\frac{1}{100}$ N indiquées dans le Tableau.

Pour $\frac{1}{8}$ N, on obtient $y = 1,14$, ce qui indique que l'on peut se servir également de $\frac{1}{8}$ N. Comme on le voit sur le Tableau, le calcul d'après (3) et (4) donne des résultats *très précis* pour des limites très étendues : $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{200}$ N.

Pour NaCl ($m = 2,6$) [1]; pour NH^4Cl ($m = 3,13$), $b = 6$; d'où $C = 64$; l'équation (3) donne pour $\frac{1}{25}$ N : $a = 18,8$ et 20,6 au lieu de $19^{mm},7$ et $21^{mm},7$.

Dès lors le calcul se fait d'après l'équation de la droite

$$y = y_1 \frac{x}{x_1}, \tag{5}$$

où y_1 et x_1 sont des coordonnées de $\frac{1}{32}$ N; le calcul donne pour $\frac{1}{100}$ N : $a = 9,1$ et 10,0 au lieu de $6^{mm},7$ et $7^{mm},6$. L'équation (4) donne des valeurs trop élevées (12^{mm} et 13^{mm}).

---

(1) Lire dans la Note précédente 2,6 au lieu de 2,5.

Pourtant, quand on a, comme dans le cas présent, des solutions très diluées, la méthode donnant des valeurs quelque peu plus élevées serait une meilleure méthode.

En substituant dans l'équation du mouvement la valeur de y de (3) on obtient

$$(6) \qquad h = \sqrt{\frac{m}{\log 2}\log\left(\frac{C\,10p}{M}\right)}\sqrt{t} \qquad \text{où} \qquad m = \frac{a_1^2}{b} = \frac{K}{bc}.$$

La même chose se rapporte aux équations (4) et (5) dans les limites de leur application.

Pour les solutions d'égale teneur centésimale, l'équation (3) donne

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{m_1 \log\left(\frac{A}{M_1}\right)}{m_2 \log\left(\frac{A}{M_2}\right)},$$

où $A = C\,10p$, et

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{K_1}{a_1^2} : \frac{K_2}{a_2^2} = \frac{\log\left(\frac{A}{M_1}\right)}{\log\left(\frac{A}{M_2}\right)},$$

ce qui coïncide avec les données de ma première Note.

PHYSIQUE. — *Sur les égaliseurs de potentiel.* Note de M. **M. Moulin**, présentée par M. Mascart.

Parmi les égaliseurs de potentiel employés en Météorologie, seul l'écoulement d'eau (ou d'un liquide quelconque) est rigoureux : quand l'équilibre est atteint, les gouttes qui s'en échappent n'emportent aucune charge et ces petites gouttes non chargées n'introduisent aucune perturbation du champ. Il n'en est pas de même avec les sels de radium, les flammes et les mèches, qui se mettent en équilibre grâce aux ions qu'ils produisent; l'équilibre sera obtenu quand ces collecteurs auront atteint un potentiel tel qu'ils reçoivent autant d'ions positifs que de négatifs, et les ions inutilisés, entraînés par le champ vers le bas ou vers le haut, suivant leur signe, pourront introduire une perturbation variable avec le vent.

D'assez nombreux essais ont été faits par divers expérimentateurs dans le but de vérifier le fonctionnement de ces égaliseurs, soit au dehors par

comparaison directe dans le champ variable de la terre, soit en les portant dans un cylindre de Faraday chargé à potentiel connu, soit enfin en les plaçant dans un champ électrique connu et constant, au laboratoire. Les résultats obtenus varient suivant la méthode employée et ceux donnés par la première sont incertains.

J'ai repris, sur les conseils de M. Langevin, l'étude de ces prises de potentiel en les plaçant dans un champ artificiel, d'abord au laboratoire, puis dans le vent, sur la deuxième plate-forme de la Tour Eiffel. Dans le premier cas, le champ était obtenu à l'aide de deux panneaux de 2^m sur $1^m,50$ placés à 1^m de distance et entre lesquels je pouvais établir une différence de potentiel de 60^{volts} à 300^{volts} à l'aide d'une batterie de petits accumulateurs; dans le deuxième cas, le champ était obtenu entre le plancher métallique de la plate-forme et un grand cadre horizontal de 90^{m^2} garni de grillage métallique, suspendu à environ $4^m,10$ de hauteur, isolé et chargé à environ 450^{volts} à l'aide d'une batterie. Dans ce champ, j'ai comparé les indications des différents collecteurs à celles de l'écoulement d'eau en les disposant à l'extrémité du tube d'écoulement, de sorte que la légère perturbation introduite par le support du collecteur restait la même. Dans cette étude, j'ai uniquement cherché à déterminer quelles sont les perturbations à craindre, indépendamment de la déformation des surfaces équipotentielles qui provient de l'introduction de conducteurs dans le champ.

Sels de radium. — Les collecteurs avaient la forme de disques de 6^{cm} de diamètre, sur l'une des faces desquels du sulfate radifère était collé à l'aide de vernis. Les perturbations sont de trois sortes :

1° Ces disques se mettent en équilibre avec une région située à une distance d'environ $2^{cm},5$ de la face active pour les vents faibles de l'ordre du mètre et qui diminue quand la vitesse du vent augmente.

2° En air calme, quand la surface du disque est perpendiculaire aux lignes de force, l'écart est plus considérable, dans le même sens, par suite d'une accumulation d'ions dissymétrique pour laquelle l'influence des charges situées du côté inactif prédomine. Cet écart était de l'ordre de 70 pour 100 dans les conditions où je m'étais placé; il diminue très vite avec le vent et s'annule pour un vent de l'ordre de $1^m,50$ par seconde. Quand le disque est parallèle aux lignes de force, l'écart dépend de sa distance aux plateaux et, dans un champ assez étendu, il s'annule pour le moindre courant d'air. Si le vent est tourbillonnaire, il se produit des écarts qui peuvent atteindre 10 à 15 pour 100 dans un sens ou dans l'autre, suivant que le courant d'air est ascendant ou descendant.

3° L'indication peut être trop faible en valeur absolue si la perche qui soutient le collecteur est soumise au rayonnement pénétrant, ou si les ions sont ramenés par le

vent sur cette perche et sur les conducteurs qui la relient à l'électromètre. On supprime cette fuite en l'absence d'un tel vent en disposant le disque perpendiculairement à la perche, le côté inactif étant tourné vers cette perche.

Pour n'avoir qu'une erreur négligeable, il faudra donc :

1° Se placer dans des conditions où l'on ait un vent soufflant horizontalement sans tourbillons;

2° S'arranger de manière que la perche suive à son extrémité la surface équipotentielle qui passe par le centre du disque;

3° Disposer le disque autant que possible parallèlement aux lignes de force, le côté inactif vers la perche.

Pour les installations portatives, le vent devra venir du côté du support; pour les installations fixes, la perche sera dirigée du côté du vent le plus rare.

Flammes. — En l'absence de vent, les flammes donnent le potentiel d'une région située au-dessus d'elles à une vingtaine de centimètres. Cet écart diminue sous l'influence du vent et il s'annule quand la flamme se recourbe. Il est dû à ce que les ions sont entraînés à la fois par le champ et les gaz chauds; ceux qui se dirigent vers le bas sous l'influence du champ s'accumulent dans la flamme et au-dessus d'elle. Avec les lampes genre Exner où la combustion se fait mal et qui filent, la région dont on mesure le potentiel est située à environ 2^{cm} au-dessus de la cheminée et cette erreur est peu modifiée par le vent jusqu'à extinction.

Un vent tourbillonnaire produit avec les flammes des écarts du même ordre qu'avec le radium.

Mèches. — Les mèches au nitrate de plomb ne produisent aucune perturbation par accumulation d'ions. Les écarts observés dans le champ se retrouvent sensiblement les mêmes quand les deux plateaux sont au sol. Les mèches prennent spontanément une charge positive variable qui dépend de la concentration de la solution qui a servi à imprégner le papier et de la quantité de cendres qui recouvrent la partie en ignition. Cette charge spontanée provient de l'émission de charges négatives qui se produit pendant la décomposition du nitrate de plomb et qui est contrebalancée par la mise en équilibre. Elle n'est que de l'ordre du volt quand la concentration de la solution est de 10 pour 100, elle est sensiblement nulle au-dessous de 5 pour 100; elle diminue dans tous les cas, quand, le vent activant la combustion, la vitesse de mise en équilibre augmente. A l'air libre, on utilisera de préférence des mèches de papier Berzélius

norvégien à 5 pour 100 par temps calme et à 2 pour 100 en cas de vent pour éviter une combustion trop rapide.

Ainsi, contrairement à ce qu'on pensait jusqu'ici, les mèches donneront, surtout dans le vent, des résultats certains et précis; elles fourniront le meilleur procédé de réduction au plan des installations. Les flammes exigent des précautions analogues à celles exigées par les sels de radium, tout en étant infiniment moins pratiques. Seuls les sels de radium pourront remplacer l'écoulement d'eau dans les installations fixes, les mèches ne pouvant convenir à cause du déplacement du point exploré qui se produit au cours de la combustion.

PHYSIQUE. — *Recherches sur la gravitation.* Note de M. V. Crémieu, présentée par M. H. Poincaré.

Dans deux Notes antérieures (1) j'ai décrit les appareils et la méthode employés pour comparer les effets de la gravitation dans l'air et dans les liquides.

Une subvention de la Caisse des Recherches scientifiques m'a permis de modifier les appareils de manière à pouvoir effectuer de longues séries d'observations.

Les améliorations, dont le détail sera publié ailleurs, ont porté sur quatre points :

1° Sphères attirées pleines remplacées par des sphères creuses qu'on peut remplir de mercure ou d'eau;

2° Fond de l'appareil entièrement doublé de nickel, métal au contact duquel l'eau demeure sensiblement pure;

3° Électrodynamomètre témoin refait et déplacé de façon à accroître sa fidélité et sa sensibilité;

4° Fabrication des rubans d'acier employés comme fil de torsion par un procédé qui diminue beaucoup la torsion résiduelle.

Avec l'appareil ainsi modifié, j'ai mesuré l'attraction produite sur les sphères mobiles par le mercure des cylindres fixes en variant comme suit le mode opératoire :

S.M. Sphères mobiles pleines de mercure dans l'air.

S.M.C.U. Sphères pleines de mercure dans l'eau, dont un même volume baigne à la fois les sphères attirées et les cylindres attirants.

S.M.C.S. Sphères pleines de mercure dans l'eau, mais contenue dans des cuves séparées, les cylindres attirants restant dans l'air.

(1) *Comptes rendus*, t. CXLI, 1905, p. 653 et 713.

S.E.C.U. Sphères pleines d'eau; expériences dans l'air, puis dans un même volume d'eau.

D'autre part, dans chacun de ces modes d'expérience (1), on a placé les sphères mobiles successivement à quatre distances différentes des cylindres. Les observations dans l'air et dans l'eau sont toujours croisées.

Afin d'opérer avec un fil de torsion soumis à une charge constante, on a, dans les opérations faites avec les sphères pleines d'eau, compensé la différence de poids entre cette eau et le mercure par un cylindre de plomb vissé au levier de la balance de torsion, dans le prolongement de l'axe d'oscillation.

Grâce aux précautions prises, les résultats obtenus dans l'air et dans l'eau sont tout à fait comparables. Il ne me semble pas qu'une cause d'erreur connue puisse s'introduire quand on passe de l'air à l'eau, ou inversement.

Si δ et δ' sont les déviations observées dans l'air et dans l'eau, toutes choses égales d'ailleurs, on devrait, en vertu du principe d'Archimède, avoir

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{d - d'}{d},$$

d étant la densité des sphères mobiles, d' celle du liquide qui les baigne. Dans le cas de l'eau, ce rapport aurait pour valeur 0,919 quand les sphères sont pleines de mercure, et 0,61 quand elles sont pleines d'eau.

Le Tableau suivant réunit les valeurs observées de δ, δ' et $\frac{\delta'}{\delta}$. Les nombres de ce Tableau sont affectés de poids calculés d'après la formule

$$\frac{n\delta}{\varepsilon} \times \frac{1}{10},$$

dans laquelle n représente le nombre d'observations dont δ est la moyenne, et ε l'écart maximum entre δ et les éléments qui la composent.

Distances entre surfaces.	Distances entre centre-axe.	Déviations dans l'air $= \delta$.	Poids de δ.	Déviations dans l'eau $= \delta'$.	Poids de δ'.	Rapport $\frac{\delta'}{\delta}$.	Poids de $\frac{\delta'}{\delta}$.	Conditions de l'expérience.
1,09	11,30	121,6	37	112,8	15	0,928	55	S. M. C. S.
0,76	10,97	123	15	120	15	0,97	22	S. M. C. U.
4,27	14,48	66,8	29	62	19	0,927	55	» C. U.
4,34	14,55	68,9	10	70,9	88	1,029	88	» C. S.

(1) Les lettres indicatrices qui les précèdent sont destinées à simplifier le Tableau qu'on trouvera plus loin.

Distances entre surfaces.	Distances centre-axe.	Déviations dans l'air $= \delta$.	Poids de δ.	Déviations dans l'eau $= \delta'$.	Poids de δ'.	Rapport $\frac{\delta'}{\delta}$.	Poids de $\frac{\delta'}{\delta}$.	Conditions de l'expérience.
7,74	17,95	39,2	8	36,2	25	0,925	20	» C. U.
11,09	21,30	26,7	15	25,9	55	0,971	82	» C. S.
11,14	21,35	24,2	8	22,8	16	0,942	13	» C. U.
11,06	21,27	27,3	54	26	55	0,952	297	» C. S.
1,14	11,35	18,6	9	13,5	4	0,72	3,6	S. E. C. U.
4,51	14,71	11,1	7	8,2	3	0,738	2,1	» C. U,

On peut expliquer les différences présentées par les nombres relatifs aux séries successives par le défaut suivant des appareils : les visées se font à travers deux glaces distantes de 5^{cm}, et dont l'intervalle est rempli d'eau. Or, il est impossible, dans l'état actuel des appareils, de rendre ces glaces rigoureusement parallèles ; on ne peut pas non plus les replacer chaque fois dans des positions relatives identiques. On vise donc à travers un prisme d'angle faible, mais variable d'une série à l'autre.

Cette même raison explique pourquoi il est impossible de déduire, des déviations observées, la valeur exacte des angles dont a tourné la balance de torsion ; par suite, on ne peut calculer une valeur absolue du coefficient k de Newton. Mais le calcul fait en négligeant la correction de réfraction donne, pour la moyenne de six valeurs de k déduites des déviations δ, le nombre $6,8 \times 10^{-8}$. Ce nombre est assez voisin de celui de M. Boys ($6,67 \times 10^{-8}$) pour qu'il semble probable qu'aucune erreur systématique grave ne trouble les mesures.

Le Tableau montre que le rapport $\frac{\delta'}{\delta}$ est toujours nettement plus grand que la valeur théorique, avec une moyenne de 0,959.

Cependant, les écarts entre les valeurs successives, petits si l'on songe à la difficulté des expériences, sont encore assez grands pour empêcher de tirer une conclusion définitive.

Tout ce qu'on peut dire c'est que, dans l'état actuel de la question, *il semblerait que, dans un champ gravifique très convergent, un corps plongé dans un liquide serait soumis à quelque chose de plus que la différence entre la poussée hydrostatique et l'attraction newtonienne.*

PHYSIQUE. — *Sur une explication théorique des phénomènes magnéto-optiques observés dans un cristal.* Note de M. **Jean Becquerel**, présentée par M. Poincaré.

Dans une théorie récemment exposée (¹) j'ai établi que, lorsqu'un cristal est placé dans un champ magnétique R parallèle à Oz, et traversé suivant l'une des directions principales Ox par un faisceau lumineux, le coefficient d'absorption $\varkappa$ de la vibration *normale au champ* est donné par la formule

$$2\varkappa = \frac{Q}{1+P} + \frac{1}{1+P} \times \frac{\varepsilon_2 \mathfrak{I}^3 \{(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o1}^2)[\mathfrak{I}_2'(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o2}^2)+\mathfrak{I}_2'(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o1}^2)]-\mathfrak{I}_1'[(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o1}^2)(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o2}^2)-\mathfrak{I}^2(\mathfrak{I}_1'\mathfrak{I}_2'+c^2R^2)]\}}{[(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o1}^2)(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o2}^2)-\mathfrak{I}^2(\mathfrak{I}_1'\mathfrak{I}_2'+c^2R^2)]^2+\mathfrak{I}^2[\mathfrak{I}_1'(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o2}^2)+\mathfrak{I}_2'(\mathfrak{I}^2-\mathfrak{I}_{o1}^2)]^2}.$$

$2\pi\mathfrak{I}$ est la période de la lumière, $2\pi\mathfrak{I}_{o2}$ la période du mouvement des électrons produisant la bande $\mathfrak{I}_{o2}$, $2\pi\mathfrak{I}_{o1}$ la période du mouvement des mêmes électrons *dans le sens longitudinal;* $\mathfrak{I}_1'$ et $\mathfrak{I}_2'$ sont des coefficients d'autant plus petits que l'intensité de l'absorption décroît plus vite autour des maxima; P et Q représentent un ensemble de termes se rapportant aux autres bandes et que l'on peut considérer comme constants lorsque la bande $\mathfrak{I}_{o2}$ est bien séparée des bandes voisines et que $\mathfrak{I}$ varie aux environs de $\mathfrak{I}_{o2}$.

Les courbes représentées ci-contre montrent les variations de $\varkappa$ pour diverses valeurs des coefficients et du champ magnétique. A1, B1, C1 figurent les valeurs de $\varkappa$ en fonction de $\mathfrak{I}$ pour une bande quelconque, en dehors du champ, l'échelle étant convenablement choisie suivant la bande que l'on considère.

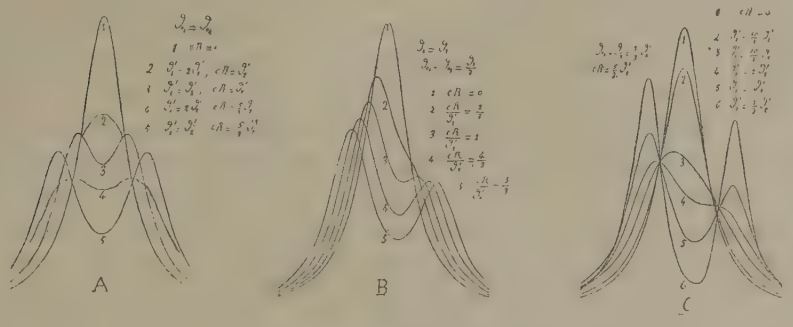
1° *Courbes* A : $\mathfrak{I}_{o1}=\mathfrak{I}_{o2}$; les variations de $\varkappa$ sont symétriques de part et d'autre de $\mathfrak{I}_{o2}$. Dans un champ progressivement croissant, la bande s'affaiblit au milieu et s'élargit, puis se dédouble d'autant plus tôt que $\mathfrak{I}_1'$ est plus petit et que c est plus grand. L'écartement du doublet est d'autant plus voisin de la limite cR que R est plus grand et $\mathfrak{I}_1'$ plus petit.

2° Courbes B : $\mathfrak{I}_1'=\mathfrak{I}_2'$, $\mathfrak{I}_{o1}-\mathfrak{I}_{o2}=\frac{1}{3}\mathfrak{I}_2'$, le champ est progressivement croissant. La bande se déforme, *le maximum se déplaçant d'abord d'un seul côté,* dans le sens opposé à $\mathfrak{I}_{o1}$; puis un doublet *dissymétrique* apparaît. Le déplacement est indépendant du sens du champ et *croît plus rapidement que le champ.*

(¹) Jean Becquerel, *Comptes rendus,* 19 novembre 1906.

D'autres courbes (non reproduites) ont montré que, pour une même valeur de $\mathfrak{H}'_2$, les déplacements sont d'autant plus faibles que $\mathfrak{H}_{01} - \mathfrak{H}_{02}$ est plus grand.

3° Courbes C : $\mathfrak{H}_{01} - \mathfrak{H}_{02}$ et $c\mathrm{R}$ sont constants, mais $\mathfrak{H}'_1$ variable d'une courbe à l'autre.



Pour les faibles valeurs de $\mathfrak{H}'_1$ on obtient un doublet dissymétrique. Pour des valeurs de plus en plus grandes, le doublet disparaît, la bande passe par un minimum d'intensité et est alors très étalée; elle devient ensuite de moins en moins sensible à l'action du champ.

Les observations faites avec les cristaux uniaxes de xénotime ont donné des exemples de la plupart de ces formes (1). Nous nous bornerons à citer les cas les plus remarquables.

L'axe optique étant parallèle au champ, on a pour toutes les bandes $\mathfrak{H}_{01} = \mathfrak{H}_{02}$ et $\mathfrak{H}'_1 = \mathfrak{H}'_2$ (courbes A 1, 3, 5). Conformément à la théorie, toutes les bandes du spectre ordinaire s'élargissent symétriquement en diminuant d'intensité ou forment un doublet symétrique, à condition toutefois que les composantes de deux bandes voisines n'empiètent pas l'une sur l'autre.

L'axe étant normal au champ et parallèle ou bien perpendiculaire au faisceau, les modifications observées pour le spectre de la vibration normale au champ sont *dissymétriques*. La théorie nous conduit donc à penser que, dans ce cristal, les périodes des mouvements que peuvent prendre les électrons parallèlement et perpendiculairement à l'axe sont différentes. D'ailleurs, la plupart des bandes de chacun des deux spectres ne se retrouvent pas dans l'autre spectre, mais ce fait seul ne prouve pas l'inégalité des périodes, car il se pourrait que le mouvement des électrons dans l'une des deux directions soit toujours trop faible pour donner lieu à une bande

(1) Jean Becquerel, *Comptes rendus*, 26 mars, 9 avril, 21 mai 1906.

visible; les bandes des deux spectres peuvent ne pas être dues aux mêmes électrons.

Plusieurs bandes qui ont des longueurs d'onde très voisines dans les deux spectres donnent des doublets plus ou moins dissymétriques; il est permis de penser qu'elles proviennent des mêmes électrons. En particulier, les bandes extraordinaires $520^{\mu\mu},6$ et $525^{\mu\mu},1$ donnent nettement dans un champ croissant jusqu'à 33000 la série successive des formes B; la bande ordinaire $525^{\mu\mu},1$, très faible, produit un doublet qui disparaît lorsque le champ devient intense, avec une lame de 1^{mm} d'épaisseur, les maxima des composantes devenant trop faibles pour rester visibles. Une autre bande remarquable est la bande ordinaire 522,14, bande fine qui, lorsque l'axe est parallèle au champ, donne un doublet de $0^{\mu\mu},53$ pour 32000 gauss; lorsque l'axe est normal au champ elle prend l'aspect B3, le déplacement du maximum étant environ $0^{\mu\mu},10$ vers le violet; on constate de plus que *le déplacement croît plus vite que le champ*.

Nous citerons enfin un groupe de deux bandes qui se retrouve dans les deux spectres entre $642^{\mu\mu}$ et $644^{\mu\mu}$. Ce groupe étant isolé, on peut supposer que les bandes se correspondent deux à deux. Comme les différences de longueur d'onde $2\pi\rho(\mathfrak{I}_{o1}-\mathfrak{I}_{o2})$ sont notables (environ $0^{\mu\mu},19$ et $0^{\mu\mu},13$) et que les bandes sont larges et floues ($\mathfrak{I}'_1$ et $\mathfrak{I}'_2$ grands), la théorie fait prévoir qu'elles seront peu sensibles à l'action du champ (formes C2 C3...) bien que c soit considérable pour ces bandes $\left(\frac{e}{m}=1,110^8\right)$. Effectivement, dans un champ dépassant 30000, les bandes très faibles du spectre ordinaire ne semblent pas changer; celles du spectre extraordinaire deviennent seulement un peu plus floues.

Ces exemples pourraient se multiplier et semblent bien confirmer les résultats de la théorie.

PHYSIQUE. — *Sur un appareil servant à compenser l'inertie du sélénium.* Note de M. **A. Korn**, présentée par M. H. Poincaré.

Soient E_1 et E_2 deux batteries égales d'accumulateurs mises en série, e la différence du potentiel aux deux pôles, Se_1 et Se_2 deux cellules de sélénium placées en série dans le circuit. Dans le pont dont les deux bouts sont respectivement situés entre les deux batteries et entre les deux cellules de sélénium, un galvanomètre semblable à ceux qui sont employés en télé-

photographie est arrangé de manière que la cellule Se_2 soit illuminée par une source de lumière suivant les déviations du galvanomètre.

Soient w_1 et w_2 les résistances des cellules et supposons toutes les autres résistances petites en comparaison avec w_1 et w_2, alors la déviation du galvanomètre sera

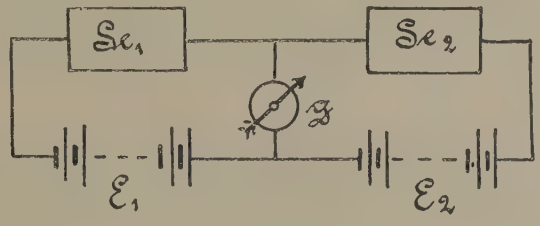
$$\alpha = ce\left(\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2}\right),$$

où c représente une constante du galvanomètre.

Si les résistances des cellules sont les mêmes à l'obscurité, ce que l'on peut obtenir à l'aide d'une résistance additive, on aura

$$\alpha = 0,$$

aussi longtemps que la cellule Se_1 reste dans l'obscurité, et si le galvanomètre est arrangé de manière que Se_2 ne reçoive de la lumière que par une déviation du galvanomètre.



Si nous illuminons Se_1, un courant passera dans le pont, fera dévier le galvanomètre g et illuminera la cellule Se_2; notre but sera de choisir les constantes de l'appareil de façon que α devienne proportionnel à l'intensité I de lumière tombant sur la cellule Se_1, malgré l'inertie du sélénium, c'est-à-dire malgré sa propriété de retenir un peu les impressions de toutes les illuminations qu'il a subies antérieurement.

Nous ferons sur l'inertie du sélénium la supposition suivante que l'expérience a vérifiée pour les cas où les changements de résistance du sélénium restent entre certaines limites. On aura

$$\frac{1}{w_1} = \frac{1}{w_{10}} + c_1 \mathrm{I} + \mathrm{C}_1 \mathrm{I}',$$

où w_{10}, c_1, C_1 sont des constantes de la cellule, et I′ un terme dépendant linéairement des illuminations antérieures (1).

(1) Cela veut dire que nous supposons que ce terme devienne $\beta \mathrm{I}'$, si toutes les illuminations antérieures sont augmentées ou diminuées dans la proportion constante $1 : \beta$.

Nous aurons les trois équations

$$\alpha = ce\left(\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2}\right),$$

$$\frac{1}{w_1} = \frac{1}{w_{10}} + c_1 \mathrm{I} + \mathrm{C}_1 \mathrm{I}',$$

$$\frac{1}{w_2} = \frac{1}{w_{20}} + \gamma(c_2\alpha + \mathrm{C}_2\alpha'),$$

où w_{20}, c_2, C_2 sont des constantes de la cellule Se_2, γ une constante dépendant de l'arrangement qui règle l'illumination de Se_2 par les déviations α du galvanomètre g, et α' un terme dépendant des déviations α antérieures. A l'aide d'une résistance additive, on peut faire

$$w_{10} = w_{20}.$$

Une première approximation sera obtenue en négligeant les termes $\mathrm{C}_1\mathrm{I}'$ et $\mathrm{C}_2\alpha'$; alors on trouvera

$$\alpha = ce(c_1\mathrm{I} - \gamma c_2\alpha), \qquad \alpha = \frac{cc_1e}{1+\gamma cc_2e}\mathrm{I}.$$

Il s'agit d'obtenir la proportionnalité entre α et I aussi en deuxième approximation. Pour une deuxième approximation, on ne doit plus négliger I′ et α', mais on peut se servir de la première approximation

$$\alpha' = \frac{cc_1e}{1+\gamma cc_2e}\mathrm{I}',$$

et l'on arrivera au résultat voulu, c'est-à-dire on s'affranchira des termes dus à l'inertie du sélénium aussi en deuxième approximation, si

$$\mathrm{C}_1\mathrm{I}' = \gamma\mathrm{C}_2\alpha',$$

c'est-à-dire si l'on choisit la constante γ de manière que

$$\mathrm{C}_1(1+\gamma cc_2e) = \gamma cc_1e\,\mathrm{C}_2.$$

La constante γ dépend, comme nous l'avons dit plus haut, de la disposition qui permet d'illuminer Se_2 selon les déviations du galvanomètre g, et l'on peut faire varier γ par exemple en déplaçant une lentille entre la cellule Se_2 et le galvanomètre servant d'obturateur entre la source de lumière et la cellule Se_2. En pratique on trouve la bonne disposition en tâtonnant; quand on s'en approche on voit diminuer le traînage du galvanomètre dû à l'inertie du sélénium.

Ceci n'est qu'une théorie élémentaire qui représentera les faits approximativement, si les changements de résistance des cellules restent au-dessous de certaines limites, mais il est clair que l'on pourra toujours améliorer la compensation en interposant entre la cellule Se_2 et le galvanomètre g un obturateur gradué de manière que l'intensité de lumière tombant sur Se_2 ne soit pas proportionnelle à la déviation α, mais une certaine fonction de α que l'on doit trouver par l'expérience. Dans les dernières expériences de téléphotographie j'ai encore maintenu la proportionnalité.

Pour la téléphotographie le compensateur a encore un deuxième avantage consistant dans le fait que la déviation du galvanomètre ne se fait pas exactement avec la même vitesse que les changements de l'illumination de la cellule Se_2 ; un brusque changement d'illumination de Se_1 se fait sentir dans le galvanomètre avant la répercussion dans la cellule Se_2, il est vrai pour un moment extrêmement petit, mais grâce à ce phénomène on trouve dans les téléphotographies des traces de détails qui ne semblaient pas accessibles d'abord à la sensibilité du galvanomètre.

ÉLECTRICITÉ. — *Charge positive à distance dans un champ électrique sous l'influence de la lumière ultraviolette.* Note de M^me^ **Baudeuf**, présentée par M. J. Violle.

On peut charger positivement une plaque métallique isolée, placée dans un champ électrique de direction convenable en la soumettant aux radiations ultraviolettes. Pour produire le champ, il suffit de placer dans le voisinage de la plaque réceptrice P_r que l'on veut charger, et du côté d'où vient la lumière, un corps électrisé positivement, tel que du verre ou une lame de métal convenable, du cuivre par exemple. La plaque réceptrice P_r peut être également en cuivre ou encore en argent, en or, en plomb, en platine, en zinc, etc.

Tant que P_r est abritée des rayons ultraviolets, ne fût-ce que par une lame de verre placée sur leur trajet, elle subit seulement le phénomène d'influence dû au corps agissant électrisé P_a; mais, si les rayons ultraviolets touchent la surface de P_r tournée vers P_a, le potentiel de P_r s'élève peu à peu, de sorte que cette plaque peut atteindre au bout de peu de minutes un potentiel de quelques centaines ou même de quelques milliers de volts, si le corps agissant est à un potentiel assez élevé.

Si le potentiel de la plaque agissante P_a est peu élevé, pour avoir une

charge assez rapide et appréciable de P_r il faut placer les deux plaques à une distance de quelques centimètres seulement. Mais, en reliant la plaque agissante au pôle positif d'une petite machine de Wimshurts, j'ai pu obtenir, à l'air libre, sous l'action de la lumière solaire, une charge de P_r s'élevant à plus de 1500 volts, la distance des deux plaques étant de 4^m. Le potentiel que peut atteindre P_r dépend d'un grand nombre de conditions; il dépend en particulier de l'éclairement de cette plaque, de l'état de sa surface, de sa nature, et aussi de la nature et de l'état du corps agissant, de son potentiel et de sa distance à P_r, mais non de son éclairement.

Les précautions expérimentales prises assurent qu'on ne peut attribuer cette charge, ni à des déperditions, ni à des phénomènes de conductibilité, ni à une convection de particules matérielles issues de l'arc électrique employé comme source. Il a été possible de vérifier que l'air demeure isolant pendant la charge positive, qui cesse d'ailleurs de se produire dès que l'air est ionisé. On ne peut pas davantage expliquer ce phénomène par une émission de charges négatives ou de rayons cathodiques issus de la plaque qui se charge positivement.

On sait, en effet, que les expérimentateurs qui ont observé une telle émission l'ont démontrée en constatant que tous les corps placés près de la plaque qui en est le siège se chargent négativement. Or ici, si l'on place des corps quelconques, particulièrement des métaux isolés, sur le trajet des lignes de force du champ, les uns ne prennent aucune charge, les autres, ceux qui sont plus ou moins éclairés, prennent une charge *positive* et non négative. C'est là une des particularités qui distinguent ce phénomène de ceux qui ont été déjà étudiés, en particulier de ceux qui ont été l'objet des célèbres expériences de Lenard. Il y a de plus des différences très marquées touchant l'ordre de grandeur du phénomène et les radiations qui interviennent. On sait que les rayons de Lenard sont très absorbables et n'existent pas dans la radiation solaire qui a traversé l'atmosphère, ni dans la lumière de l'arc électrique qui a traversé une couche d'air épaisse de 30^{cm} à la pression ordinaire. Les radiations qui sont efficaces dans le phénomène de la charge positive sont des rayons ultraviolets de plus grande longueur d'onde et beaucoup moins absorbables. Ces radiations varient d'ailleurs avec le métal que l'on veut charger. Pour le cuivre, leur longueur d'onde est comprise entre $0^{\mu}, 300$ et $0^{\mu}, 225$.

Si le corps agissant est maintenu à un potentiel constant, le potentiel de la plaque réceptrice croît d'abord rapidement, puis de plus en plus lentement, et atteint enfin une valeur maximum qui est conservée ensuite tant que les conditions demeurent

constantes. Ce maximum est toujours notablement inférieur au potentiel du corps agissant, et cela d'autant plus que la distance des plaques est plus grande. Si l'on décharge P_r sa charge se reproduit avec la même vitesse, arrive au même maximum, et cela aussi souvent qu'on le veut. Si on la porte à un potentiel supérieur à ce potentiel maximum et s'il n'y a autour d'elle aucun corps éclairé, elle demeure au potentiel initial. Mais si au contraire il y a des corps capables de se charger positivement, elle peut, dans certains cas, se décharger. Soient V_a le potentiel constant de la plaque agissante P_a, V_r le potentiel initial de la plaque réceptrice P_r, que nous supposons seule éclairée : il existe un potentiel $V' < V_a$ tel que si $V_r < V'$, P_r se charge ; V_r croît alors jusqu'à V'. Si, au contraire, $V_r \geqq V'$ ce potentiel V_r garde sa valeur sauf le cas de décharge disruptive. Ce potentiel V', toujours inférieur à V_a, varie avec la distance des deux plaques et l'éclairement de P_r; de sorte qu'en prenant pour abscisses soit les distances, soit les éclairements, pour ordonnées les valeurs de V', on a une courbe qui divise le plan en deux régions analogues aux régions que l'on trouve en étudiant les faux équilibres chimiques. Il est essentiel de remarquer que si P_a, au lieu d'être maintenue à un potentiel constant, est elle-même isolée, elle subit une décharge correspondant à chaque charge de P_r provoquée par cette charge. Cette décharge prend fin lorsque P_r ayant atteint son potentiel maximum cesse de se charger. En outre, cette décharge de P_a s'arrête toutes les fois que l'on interrompt la charge de P_r, par exemple, en interposant un écran de verre entre P_r et l'arc. Pour qu'une plaque isolée P_a, éclairée ou non, subisse une décharge positive, il faut qu'il y ait dans son voisinage des corps éclairés susceptibles de se charger, et portés à un potentiel notablement plus bas qu'elle. Soit V le potentiel de ces corps ; pour une distance donnée et un éclairement donné, il existe un potentiel $V'' > V$ tel que si $V_a > V''$ on peut observer a décharge de P_a; V_a décroît alors jusqu'à V''. Si, au contraire, $V_a \leqq V''$ ce potentiel V_a garde sa valeur. Ici encore on peut retrouver une région de faux équilibres.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la réduction de l'oxyde de chrome par le bore.* Note (1) de M. **Binet du Jassonneix**, présentée par M. H. Moissan.

M. H. Moissan (2) a indiqué qu'en chauffant au four électrique du chrome avec du bore dans un creuset de charbon on obtenait un produit cristallisé très dur, peu attaquable par les acides.

MM. Tucker et Moody (3), en répétant cette expérience, ont préparé une fonte à cassure conchoïdale dans laquelle ils ont trouvé 82 pour 100 de chrome. Ils ont admis qu'elle constituait le borure défini CrB qui contient 82,6 pour 100 de métal.

(1) Présentée dans la séance du 12 novembre.

(2) H. Moissan, *Comptes rendus*, t. CXIX, 1894, p. 185.

(3) Tucker et Moody, *Chem. Soc.*, t. LXXXI, 1902, p. 14.

Enfin MM. Wedekind et Fetzer (1) ont indiqué sommairement qu'ils avaient obtenu le composé CrB bien cristallisé par le procédé aluminothermique. D'après eux, ce composé présenterait une grande résistance aux agents chimiques.

La réduction de l'oxyde de chrome par le bore au four électrique dans des creusets de magnésie donne des résultats nettement différents.

Cette réduction se fait difficilement dans un four à vent chauffé au charbon de cornue : le mélange comprimé d'oxyde et de bore, placé dans un creuset de chaux vive, prend une apparence métallique mais sans fondre. Il reste friable et, après attaque par l'acide chlorhydrique qui dissout les parties métalliques, il laisse un résidu composé d'oxyde non réduit, de bore, de borure de carbone et d'azoture de bore. La solution chlorhydrique contient de l'acide borique.

Au four électrique, dans des creusets ou des nacelles de charbon, on obtient facilement un produit métallique fondu, soit par la réduction de l'oxyde de chrome par le bore, soit par la réduction simultanée de l'oxyde de chrome et de l'anhydride borique par le charbon. Les fontes ainsi préparées présentent souvent uue structure cristalline; elles contiennent quelquefois des géodes tapissées d'aiguilles prismatiques, mais elles sont toujours carburées; porphyrisées, elles sont attaquées par l'acide chlorhydrique étendu et froid; le résidu métallique, après cessation de l'attaque, est constitué par une fonte de chrome cristalline, qui ne contient pas de bore.

En opérant dans des nacelles ou des creusets de magnésie, il est possible de préparer des fontes non carburées, entièrement solubles dans l'acide chlorhydrique. Après une minute et demie ou deux minutes de chauffe avec un courant de 400 ampères sous 100 volts, on obtient des fontes qui, même lorsque le bore est en proportion juste suffisante pour la réduction de l'oxyde, ne contiennent jamais plus de 95 pour 100 de métal. Un essai d'affinage avec de l'oxyde n'élimine pas entièrement le bore et donne un métal brûlé.

Lorsque la proportion de bore augmente la fusion reste encore facile; avec une durée de chauffe de deux minutes et demie à trois minutes, on peut préparer des fontes contenant jusqu'à 15 ou 16 pour 100 de bore. Ces fontes sont très dures et rayent le verre et le quartz. Au voisinage d'une teneur de 7 pour 100 en bore, elles possèdent une structure cristalline très nette et semblent formées de lamelles enchevêtrées; leur cassure présente de larges faces planes. Au-dessus de cette teneur, l'aspect cristallin disparaît; le grain des fontes se montre de plus en plus fin et leur cassure devient conchoïdale.

(1) Wedekind et Fetzer, *Chem. Zeitung*, n° 98, 1905.

Leur densité varie de 6,8 (7 pour 100 de bore) à 6,1 (16 pour 100). Enfin, si le mélange chauffé contient un grand excès de bore, on obtient seulement, dans les conditions précédentes, une masse métallisée, friable, qui contient avec du bore non combiné un peu de borure de carbone. Pour obtenir la fusion, il faut porter l'intensité du courant à 500 ampères pendant 3 ou 4 minutes. Les fontes ainsi préparées n'ont pas une composition invariable et contiennent un peu moins de bore que le borure défini CrB, qui représente la limite de saturation du chrome par le bore.

Toutes ces fontes sont attaquées par les acides fluorhydrique, chlorhydrique et sulfurique, avec formation d'acide borique, plus vivement à chaud qu'à froid; la dissolution est d'autant plus rapide qu'elles sont plus finement porphyrisées. L'acide azotique est sans action sur elles, ainsi que les solutions alcalines. Le chlore les attaque avec incandescence au-dessous du rouge naissant : l'action n'est jamais complète; il se forme un mélange de protochlorure et de sesquichlorure de chrome qui protège le résidu. Ce dernier peut être facilement isolé par un lavage à l'eau, la présence de protochlorure de chrome rendant soluble le chlorure chromique. Le gaz chlorhydrique les attaque dans les mêmes conditions, mais sans incandescence; il se dégage de l'hydrogène et il ne se forme que du protochlorure de chrome. Elles sont oxydées avec une vive incandescence par les alcalis ou les carbonates alcalins fondus.

Analyse. — Un poids déterminé de fonte porphyrisée est attaqué dans un creuset de platine par le mélange des carbonates alcalins additionné d'un peu d'azotate de potassium. La masse est reprise par l'eau, et la solution est introduite dans le ballon de l'appareil décrit par M. H. Moissan pour le dosage du bore. Après évaporation à sec et traitement par l'acide chlorhydrique, l'acide borique mis en liberté est séparé par distillation avec de l'alcool méthylique, puis dosé par la méthode volumétrique de Stock. Le chrome est dosé à l'état d'oxyde après précipitation par l'ammoniaque. Ce procédé d'attaque ne doit être employé que lorsque l'étude préalable de la fonte a montré qu'elle ne contenait pas de borure de carbone. Lorsqu'elle en contient, l'attaque doit être faite par l'acide chlorhydrique à chaud, dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant. Le borure de carbone est recueilli sur un filtre taré.

En résumé, la réduction de l'oxyde de chrome par le bore au four électrique dans des creusets de magnésie permet d'obtenir des fontes attaquables par les acides fluorhydrique, chlorhydrique et sulfurique, qui contiennent de 5 à 17 pour 100 de bore combiné. Au-dessus de cette teneur le bore existe dans ces fontes à l'état de borure de carbone. Le borure CrB constitue la limite de saturation du chrome par le bore. Il ne se présente pas dans ces fontes sous une forme cristalline nette.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une méthode extrêmement sensible de précipitation du zinc.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Maurice Javillier**, présentée par M. L. Maquenne.

Cette méthode a son origine dans une observation qui a déjà conduit l'un de nous à préparer, en 1892, les combinaisons cristallisées de l'oxyde de zinc avec les métaux alcalino-terreux (1).

En distillant la solution ammoniacale du commerce (2l à 3l) avec de la lessive des savonniers (environ 100^{cm^3}) dans le but d'obtenir de l'ammoniaque bien exempte d'acide carbonique, il s'était formé sur les parois du ballon distillatoire un dépôt cristallin de quelques centigrammes, visible après refroidissement et décantation du liquide.

Ces cristaux, en forme de losanges, très réfringents, donnaient, quoique bien lavés, une tache bleue lorsqu'on les plaçait sur du papier de tournesol rouge humecté d'eau. Par calcination, ils devenaient opaques, de couleur jaune à chaud, blanche à froid. L'analyse y décelait la présence d'eau, de chaux et d'oxyde de zinc, sans acide carbonique. C'étaient des cristaux de zincate de calcium

$$\begin{matrix} Zn\diagup OH \\ \quad\diagdown O\diagdown \\ \quad\quad\quad Ca \\ \quad\diagup O\diagup \\ Zn\diagdown OH \end{matrix} + 4H^2O.$$

D'où provenait le zinc? C'est une question à laquelle il n'avait pas été possible de répondre en l'absence de résultat positif par l'emploi des procédés ordinaires d'analyse. Il est seulement probable que le zinc provenait de la lessive de soude, car, après évaporation, il eût été facile de le retrouver dans l'ammoniaque.

Il nous a paru y avoir dans cette production de zincate de calcium la base d'une méthode très sensible de recherche du zinc. Les expériences que nous allons décrire aujourd'hui démontreront l'exactitude de cette prévision.

Lorsqu'on ajoute un excès d'ammoniaque à une solution qui renferme à la fois du

(1) G. Bertrand, *Sur les zincates alcalino-terreux* (*Comptes rendus*, t. CXV, 1892, p. 939-941 et 1028).

zinc et une quantité suffisante de calcium, on obtient, après filtration s'il y a lieu, un liquide limpide, qui, porté à l'ébullition, laisse déposer peu à peu, à l'état micro-cristallin, du zincate de calcium. Ce précipité, formé au sein d'un liquide renfermant un excès de chaux, est si peu soluble qu'il permet de recueillir et de concentrer sous un petit volume le zinc renfermé, même à l'état de traces, dans une grande quantité de liquide.

Supposons, par exemple, qu'on opère sur un demi-litre d'eau contenant moins de $0^{g},001$ du métal à retrouver. On y ajoute quelques centimètres cubes de lait de chaux étendu ou tout au moins 50^{cm^3} d'eau de chaux, puis 10 à 15 pour 100 d'ammoniaque concentrée.

On filtre, si cela est nécessaire, et l'on porte le liquide à l'ébullition qu'on maintient tant qu'il se dégage des vapeurs alcalines. On laisse refroidir et l'on recueille sur un petit filtre le précipité de zincate souillé de chaux carbonatée. On dissout ce précipité dans l'acide chlorhydrique; on évapore à sec pour chasser l'excès d'acide et, après avoir repris le résidu par un peu d'eau, on précipite le calcium en milieu fortement ammoniacal à l'état d'oxalate. Le zinc reste dans la liqueur; par évaporation et calcination en présence d'acide sulfurique, on le transforme en sulfate que l'on peut peser. Pour vérifier la nature de ce sulfate, on le dissout dans 1^{cm^3} ou 2^{cm^3} d'eau. L'une des moitiés de la solution donne avec l'hydrogène sulfuré, l'autre avec le ferrocyanure de potassium les précipités blancs caractéristiques.

Pour réaliser de pareils essais, il est indispensable d'opérer avec des réactifs absolument exempts de zinc. Nous nous sommes servis d'eau distillée dans un appareil dont le réfrigérant était en argent; la chaux provenait de la calcination du nitrate; l'ammoniaque et l'acide chlorhydrique avaient été redistillés et recueillis dans l'eau pure; l'oxalate, enfin, recristallisé jusqu'à ce qu'il ne laissât plus de résidu par calcination.

Voici les résultats de quelques-unes de nos expériences :

Volumes d'eau.	Poids de zinc introduits.	Poids de zinc retrouvés.	Pour 100.
cm^3	g	g	
100	0,0100	0,0097	97
100	0,0100	0,0090	90
100	0,0075	0,0070	93
100	0,0050	0,0049	98
100	0,0050	0,0048	96
100	0,0025	0,0022	88
500	0,0010	0,0009	90
100	0,0001	caractérisé (1)	»
200	0,0001	caractérisé (1)	»
500	0,0001	caractérisé (1)	»

Chacune des expériences ci-dessus a été reproduite avec de l'eau distillée sans addition de zinc, en utilisant les mêmes quantités de réactifs.

(1) Par les deux réactions de l'hydrogène sulfuré et du ferrocyanure de potassium.

Ces expériences-témoins servaient à vérifier l'absence complète de zinc dans nos réactifs; dans aucune d'elles nous n'avons obtenu la plus petite trace de précipité, ni avec l'hydrogène sulfuré, ni avec le ferrocyanure de potassium.

Ces expériences-témoins étaient encore nécessaires à un autre point de vue.

D'une part, l'oxalate de calcium n'est pas rigoureusement insoluble; la liqueur filtrée après la séparation de la chaux devait donc en renfermer un petite quantité qui, après évaporation, calcination du résidu et traitement de celui-ci par l'acide sulfurique, augmentait le poids du sulfate de zinc.

D'autre part, les réactifs : eau, ammoniaque, acide chlorhydrique et oxalate d'ammonium, utilisés dans la dernière partie de l'opération, renfermaient des traces de matière soluble empruntées aux vases de verre dans lesquels on les conservait. Ces traces de matière s'ajoutaient aussi au sulfate de zinc. Les expériences-témoins ont permis de déduire le poids de ces impuretés, d'ailleurs très minime, du résidu pesé comme sulfate de zinc. Les résultats donnés dans le Tableau ont subi cette correction.

En résumé, la nouvelle méthode permet de précipiter d'une manière pour ainsi dire quantitative le zinc de solutions très étendues, ne renfermant même qu'un cinq-millionième de métal. Encore est-il probable que ce n'est pas là la limite de sensibilité de cette méthode.

THERMOCHIMIE. — *Carbylamines et nitriles.* Note de M. **P. Lemoult.**

Malgré l'intérêt que présentent au point de vue thermochimique : 1° l'hydratation des carbylamines; 2° leur comparaison avec les nitriles, l'étude thermique de ces carbylamines était encore à faire, alors que celle des nitriles date de 1889 (voir : Berthelot, *Thermochimie : Données et lois numériques*, t. II, p. 633 et 833). Je me suis proposé de combler cette lacune; mais j'ai dû, en raison des difficultés et des dangers que présente la manipulation des carbylamines, me borner momentanément aux deux premiers termes :

Méthylcarbylamine. — L'échantillon employé, bouillant à 59°,6, contenait 34,16 pour 100 d'azote (théorie : 34,14); il a été brûlé dans la bombe calorimétrique où il était introduit dans une ampoule scellée que la combustion d'un fragment de naphtaline faisait éclater au moment voulu (Berthelot et Delépine, *Ann. Chim. et Phys.*, 7e série, t. XXI, 1905, p. 291).

1er *essai :* 0g,3558 de substance produisent	2764Cal,115	soit pour 1g	7768Cal,73	Moy : 7770Cal,13
2e *essai :* 0g,2994 »	2326Cal,816	»	7771Cal,53	

d'où

Chal. de comb. molée. (pres. const.)..... 318Cal,7 Chal. de form..... 26Cal,7

Éthylcarbylamine. — L'échantillon a été brûlé comme ci-dessus; il avait été obtenu par rectifications très soignées d'un produit brut (à 23,70 pour 100 d'azote), bouillait à 78°,1 et contenait 25,70 pour 100 d'azote (théorie : 25,45 pour 100).

1er *essai :* 0g,3743 de substance fournissent	3236Cal,796	soit pour 1g	8674Cal,31	} Moy : 8684Cal,11
2e *essai :* 0g,2006 »	1744Cal,00	»	8693Cal,91	

d'où

Chaleur de combustion moléculaire à pression constante..... 478Cal

Trois expériences effectuées en janvier 1902, au laboratoire de M. Berthelot, avec la bombe calorimétrique du Collège de France, m'avaient donné avec les poids suivants : 0g,7952, 0g,7796 et 0g,8653, les dégagements de chaleur : 6943Cal,91, 6798Cal,415, 7554Cal,36, soit par gramme : 8732Cal,2, 8720Cal,4 et 8730Cal,3, dont la moyenne donne

Chaleur de combustion moléculaire à pression constante..... 480Cal,4

En prenant la moyenne de ces deux séries concordantes, on a finalement :

Chal. de comb. moléc. à pres. const.. 479Cal,20 Chal. de form.. —23Cal,80

1° Les deux carbylamines étudiées sont donc, à partir de leurs éléments, des composés fortement endothermiques et par suite à tendance explosive; celle-ci s'est manifestée fréquemment, soit au cours de la préparation des ampoules qui éclataient brusquement quand le col rempli de vapeur était chauffé pour la fermeture, soit dans la bombe dont les supports intérieurs et la capsule de platine ont été maintes fois tordus et déchiquetés par les explosions.

2° *Singularité thermique des carbylamines.* — L'appoint thermique normal des atomes qui forment la molécule de méthylcarbylamine, calculé comme je l'ai indiqué, s'élève à $(2 \times 102 + 3\frac{55}{2} + 16,5)$, soit 303Cal; comme il est inférieur de 15Cal,7 à la valeur réelle, il faut en conclure que ce composé tient en réserve anormale ces 15Cal,7 qui sont la caractéristique de ses singularités. Pour l'éthylcarbylamine, il en est de même et la réserve anormale s'élève ici à 19Cal,2. On doit donc admettre que la chaleur de combustion de ces deux carbylamines, et par suite celle de toutes les autres, surpasse d'environ 17Cal l'appoint thermique régulier des atomes contenus. Grâce à cette surcharge, on peut prévoir par exemple pour la phénylcarbylamine que le nombre calculé 885Cal est extrêmement voisin de la chaleur de combustion effective.

3° L'acide cyanhydrique CHAz considéré comme une carbylamine doit

avoir pour chaleur de combustion $102 + \frac{55}{2} + 16,5 - 10 + 17 = 153^{Cal}$, tandis que ce même composé supposé nitrile doit avoir pour chaleur de combustion $102 + \frac{55}{2} + 16,5 = 146^{Cal}$. Or les mesures de M. Berthelot (*loc. cit.*, p. 168) ont donné $153^{Cal},6$ (liq.); *l'acide cyanhydrique serait donc une carbylamine* C(HAz).

4° *Hydratation des carbylamines.* — La fixation de deux molécules d'eau qui scinde la molécule de carbylamine en acide formique et amine primaire donne lieu comme on le voit facilement au phénomène thermique suivant :

$$C(RAz)\text{liq.} + 2H^2O\text{ liq.} = H - CO^2H\text{ liq.} + AzH^2R\text{ liq.} \begin{cases} -1^{Cal},1 \text{ si } R = CH^3. \\ +7^{Cal},5 \text{ si } R = C^2H^5. \end{cases}$$

Quant à la première étape, fixation d'une molécule d'eau et formation de formiamides substituées, elle ne peut être évaluée expérimentalement, car ces formiamides n'ont pas été étudiées; mais on peut par les considérations que j'ai exposées (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. V, 1905, p. 13) admettre pour chaleur de formation de $H - CO - Az\begin{matrix} H \\ \diagdown \\ \diagup \\ R \end{matrix}$ les valeurs 61^{Cal} environ pour $R = CH^3$ et 68^{Cal} pour $R = C^2H^5$, ce qui donne pour cette première étape un dégagement de 20^{Cal} environ pour la méthyl et 23^{Cal} environ pour l'éthylcarbylamine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des réactifs de la fonction aldéhydique sur le glyoxylate d'éthyle.* Note de MM. **L.-J. Simon** et **G. Chavanne**, présentée par M. H. Moissan.

Nous avons indiqué antérieurement l'obtention de l'éther allantoïque, le plus simple des éthers diuréiques, et la synthèse régulière de l'allantoïne qui s'en déduit. Nous y sommes parvenus en faisant réagir l'urée sur le glyoxylate d'éthyle; nulle mention de cet éther n'étant faite dans la littérature, nous nous le sommes procuré par l'électrolyse de l'oxalate d'éthyle; il était nécessaire de l'identifier par ses dérivés les plus directs. L'objet de cette Note est de décrire l'action de la phénylhydrazine, de l'hydroxylamine et de la semicarbazide.

Phénylhydrazone : $C^6H^5 - NH - N = CH - CO^2C^2H^5$. — La phénylhydrazine réagit très vivement sur le glyoxylate d'éthyle en fournissant l'hydrazone correspondante; cette réaction se produit également en pré-

sence de l'eau et la cristallisation de l'hydrazone est immédiate si l'on prend la précaution d'aciduler ou, ce qui revient au même, si l'on emploie le chlorhydrate de phénylhydrazine.

Cette hydrazone, insoluble dans l'eau froide, permet de reconnaître des traces de glyoxylate d'éthyle et de le doser d'une façon très satisfaisante, ce qui nous a été précieux pour préciser les meilleures conditions de sa préparation. Par refroidissement de sa solution dans l'alcool étendu bouillant ou par évaporation de sa solution acétonique, la phénylhydrazone se présente sous forme de cristaux tricliniques jaune paille, possédant une biréfringence remarquable, déjà très appréciable à l'œil pour une épaisseur de 2^{mm} à 3^{mm}. C'est là une propriété que possède également la phénylhydrazone du pyruvate d'éthyle et qui a été étudiée par M. H. Dufet. Ces cristaux sont mous et par pression se clivent suivant deux directions ; nous n'avons pu encore les obtenir avec des faces assez planes pour être soumises à l'examen cristallographique. La phénylhydrazone fond à 131°, comme l'a indiqué Pechmann, qui l'a obtenu le premier, à partir de l'éther diazoacétique. Elle peut même être chauffée à 170° ; elle distille aux environs de cette température sous pression réduite et cristallise sans altération par refroidissement.

La saponification alcaline de cette substance conduit à l'acide correspondant ; la potasse aqueuse dissout lentement l'hydrazone au bain-marie ; mais, si l'on acidule la liqueur rouge ainsi obtenue, on n'obtient que des résines ; au contraire, la saponification se fait régulièrement en solution alcoolique ; en solution concentrée, il se produit une cristallisation du sel de potassium $C^6H^5 - NH = N - CH - CO^2K + \frac{1}{2}(C^2H^5OH)$ assez soluble dans l'alcool et *très soluble dans l'eau*.

Lorsqu'on fait dissoudre dans la potasse alcoolique froide la phénylhydrazone du glyoxylate d'éthyle, elle commence par s'y dissoudre en lui communiquant une teinte rouge foncé, puis tout se prend en masse ; si, à ce moment, on essore et qu'on lave avec un peu d'alcool, on obtient une masse blanc jaunâtre d'un dérivé potassique de l'éther.

$$C^6H^5 - NH = N - CK - CO^2C^3H^5 + C^6H^5 - NH = N - CH - CO^2C^2H^5.$$

Ce dérivé se transforme ultérieurement en le sel de potassium précédent ; mais il peut se conserver à l'état sec.

Le sel de potassium dissous dans l'eau fournit par acidification l'hydrazone de l'acide glyoxylique $C^6H^5 - NH = N - CH - CO^2H$; c'est un acide fort que l'on peut titrer alcalimétriquement ; il ne fond pas, mais se décompose

à une température qui varie avec la vitesse de chauffe : au bain de mercure (en moins de 5 secondes) à 163°, dans l'appareil usuel à 141°. Maintenu à l'étuve à 110°-120° il s'y décompose également en brunissant; il est également décomposé par l'eau bouillante. Il est donc beaucoup moins stable, non seulement que son éther, mais encore que son homologue dérivé de l'acide pyruvique. Comme ce dernier il se dissout dans l'acide sulfurique concentré en lui communiquant une légère coloration. Cette solution prend par l'addition de bichromate de potassium une belle teinte rouge. L'éther présente la même particularité (Pechmann) mais la teinte est plus violacée avec l'acide.

Oxime : $(OH)N = CH - CO^2C^2H^5$. — Le glyoxylate d'éthyle déplace l'acide chlorhydrique du chlorhydrate d'hydroxylamine; la production de l'oxime est accompagnée de particularités sur lesquelles nous ne nous étendrons pas ici. Quoi qu'il en soit, l'oxime distillée passe à 115° sous la pression de 15^{mm}, à 110°-111° sous la pression de 12^{mm} et se concrète par refroidissement. Dissoute dans un mélange d'éther et d'éther de pétrole que l'on évapore rapidement dans un courant d'air sec, elle cristallise en longues aiguilles dures fondant à 35°, très déliquescentes, solubles dans les solvants organiques bien identiques au produit obtenu par MM. Bouveault et Wahl par l'action du sulfate acide de nitrosyle sur l'éther acétylacétique. Cette oxime présente bien des propriétés acides mais ne peut être titrée alcalimétriquement. La solution à peu près neutralisée donne avec le nitrate d'argent un précipité blanc jaunâtre soluble dans l'ammoniaque et l'acide nitrique, réduit lentement à la lumière et rapidement à l'ébullition de la liqueur aqueuse dans laquelle il se forme.

L'acide correspondant $(OH)N = CH - CO^2H$ résulte de la saponification de l'éther par la potasse étendue, comme l'ont déjà montré Bouveault et Wahl. Il ne fond pas, mais se décompose de 130° à 140° suivant la vitesse avec laquelle on le chauffe.

L'amide $(OH)N = CH - CONH^2$ s'obtient en dissolvant l'éther dans l'ammoniaque aqueuse et évaporant; cristallisée dans l'eau où elle est très soluble, elle se présente sous forme de belles lamelles rhombiques, incolores et transparentes; elle se décompose à 126° en brunissant; sa solution aqueuse concentrée donne par addition de nitrate d'argent un précipité cristallin se formant lentement d'une combinaison d'addition : elle est donc bien identique avec le produit obtenu récemment par M. F. Ratz (*Monatshefte f. Chemie,* 1905) à partir de la nitroacétamide d'une part et du nitrosoacétate d'éthyle d'autre part.

Semicarbazone : $NH^2 - CO - NH - N = CH - CO^2C^2H^5$. — Le glyoxylate d'éthyle déplace l'acide chlorhydrique du chlorhydrate de semicarbazide et se condense avec la base à la manière des aldéhydes.

On dissout dans la plus petite quantité d'eau possible le chlorhydrate et l'on y ajoute l'éther glyoxylique; tout se prend aussitôt en masse en même temps que, comme pour l'oxime, on observe le départ de gaz chlorhydrique accompagné d'un vif échauffement. On essore, on lave à l'eau froide jusqu'à élimination totale de l'acide chlorhydrique puis à l'alcool. Les eaux mères additionnées d'acétate de sodium fournissent une nouvelle récolte.

La semicarbazone fond et se décompose à 228° (sur le bain de mercure); elle paraît insoluble dans presque tous les solvants. Elle se dissout cependant dans l'eau bouillante et cristallise par refroidissement; mais on ne peut la purifier par ce moyen car, par ébullition avec l'eau, elle subit un commencement de saponification.

Cette saponification se produit plus régulièrement par dissolution dans la potasse aqueuse; en acidulant il se produit un précipité blanc de la semicarbazone de l'acide glyoxylique $NH^2 - CO - NH - N = CH - CO^2H$. Celle-ci a été analysée et titrée alcalimétriquement; elle se décompose à 258° (au bain de mercure) et a déjà été rencontrée par MM. Bouveault et Wahl dans une spécification de l'acide glyoxylique (¹): ils indiquent 240° comme point de décomposition.

La semicarbazone du glyoxylate d'éthyle, chauffée au réfrigérant ascendant avec l'ammoniaque aqueuse, s'y dissout et par refroidissement on recueille une masse blanche feutrée constituée par l'amide

$$NH^2 - CO - NH - N = CH - CONH^2$$

qui se décompose à 217°-218°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'étherification de l'anhydride arsénieux par les alcools et le phénol.* Note de M. **V. Auger**, présentée par M. H. Moissan.

J'ai été amené à effectuer cette étude à la suite d'une observation assez curieuse : l'anhydride arsénieux n'est pas volatil avec la vapeur d'eau, tandis qu'il passe en quantité notable avec les vapeurs d'alcool méthylique.

(¹) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. XXXI, 1904, p. 682.

Il n'était guère possible d'interpréter ce phénomène autrement qu'en admettant la formation d'un éther méthylarsénieux.

Dans ses recherches sur les éthers arsénieux, J.-M. Crafts (1) dit avoir chauffé de l'anhydride arsénieux avec de l'alcool éthylique en tube scellé, et n'avoir point observé la formation d'un éther. D'autre part (2), j'ai montré que l'acide arsénique, chauffé avec de la glycérine, fournit très facilement un arséniate, très instable en présence de l'eau. Il semblait vraisemblable que les alcools simples agiraient de même avec l'anhydride arsénieux, mais en fournissant très peu d'éther par suite de l'action hydrolysante de l'eau formée dans la réaction, qu'on ne peut éliminer par distillation, en opérant avec les premiers termes de la série alcoolique.

Pour étudier cette éthérification, on a opéré de la façon suivante : l'alcool fut chauffé vers 160° à 180°, avec un excès d'anhydride arsénieux cristallisé, et, dans une portion du liquide refroidi, l'arsenic fut dosé à l'iode. D'autre part, on a agité pendant quelques heures, à froid, le même alcool, avec un excès d'anhydride arsénieux, et dosé l'arsenic dissous dans le liquide clair. La différence en teneur d'arsenic indiquait approximativement la qualité d'éther formé.

Nous avons dû opérer avec l'anhydride cristallisé, la modification vitreuse présentant des anomalies de solubilité considérables.

Ainsi : l'alcool isoamylique dissout, à froid, 0g,33 pour 100cm3 d'anhydride vitreux, et seulement 0g,068 pour 100cm3 d'anhydride cristallisé.

Alcool méthylique. — A froid l'éthérification a lieu très lentement; la limite est atteinte au bout de 14 heures environ, et correspond à 5,16 pour 100 d'éther formé.

En opérant à chaud, vers 150°, on obtient, après 3h de chauffe, 6,5 pour 100 d'éther; après 18h, la quantité d'éther formé diminue pour revenir à la limite obtenue à froid, soit 5 pour 100.

Alcool éthylique. — On obtient, à chaud, 1,2 d'éther pour 100. En fractionnant par distillation 1000cm3 d'alcool absolu chauffé à l'ascendant au préalable sur un excès d'anhydride arsénieux, on a pu obtenir environ 2g,5 d'un liquide bouillant de 100° à 165° et titrant 81 pour 100 d'arsénite d'éthyle.

Alcools supérieurs. — Voici le Tableau représentant les résultats obtenus, en chauffant à 160° à 170° environ.

	Anhydride		
100cm3 d'alcool :	dissous après chauffage.	soluble à froid.	éthérifié.
Propylique.....	1,18	0,027	1,153
Isopropylique.....	0,14	0,028	0,112
Isobutylique.....	0,37	0,01	0,36
Isoamylique.....	0,27	0,08	0,19

(1) J.-M. Crafts, *Bull. Soc. chim.*, t. XIV, p. 99.

(2) Auger, *Comptes rendus*, t. CXXXIV, p. 238.

Préparation des éthers arsénieux. — Nous avons réussi à obtenir directement les éthers arsénieux purs en éliminant l'eau au fur et à mesure de sa formation, soit par distillation fractionnée (éthers isobutylique et isoamylique), soit en faisant passer le mélange eau et alcool en vapeur sur du carbure de calcium placé dans une allonge, et qui enlevait l'eau au fur et à mesure, laissant retomber l'alcool dans le ballon contenant l'anhydride arsénieux (alcools éthylique, propylique, butylique normal). On obtient ainsi, avec un excellent rendement, les arsénites de ces alcools. Comme on n'a pas préparé jusqu'ici ceux des alcools propylique, butylique et isobutylique, nous donnons ici le point d'ébullition et l'analyse de ces derniers.

Arsénite de propyle $As(OC^3H^7)^3$. — Point d'ébullition, 217°. As pour 100 : trouvé, 29,9; calculé, 29,76.

Arsénite de butyle normal $As(OC^4H^9)^3$. — Point d'ébullition, 263°. As pour 100 : trouvé, 25,7; calculé, 25,5.

Arsénite d'isobutyle $As(OC^4H^9)^3$. — Point d'ébullition, 242°. As pour 100 : trouvé, 25,4; calculé, 25,5.

Le phénol se comporte comme les alcools aliphaliques et fournit l'arsénite de phényle qui n'avait jusqu'ici été obtenu que par l'action du phénol sodé sur le trichlorure d'arsenic.

J'adresse ici mes sincères remerciements à M. Bongrant qui m'a beaucoup aidé dans la première partie de ce travail.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides azoïques orthosubstitués et sur leur transformation en dérivés c-oxyindazyliques.* Note de M. **P. Freundler**, présentée par M. H. Moissan.

J'ai montré récemment (1) que l'acide benzène-azo-*o*-benzoïque se transformait à froid, sous l'influence du chlorure de thionyle ou du perchlorure de phosphore, en dérivé *c*-oxyindazylique chloré dans le noyau aromatique :

$$C^6H^4\begin{cases}CO^2H\\Az=Az\end{cases}C^6H^5 + PCl^5 = POCl^3 + HCl + C^6H^3Cl\begin{cases}C\begin{cases}OH\\|\\Az\end{cases}\\Az\end{cases}Az.C^6H^5.$$

La position de l'atome de chlore n'avait pas été déterminée.

(1) *Comptes rendus*, t. CXLII, p. 1153.

J'ai pu établir que cette réaction caractérise d'une façon absolue les azoïques *ortho*-carboxylés, car les isomères *méta* et *para* fournissent, dans les mêmes conditions, les chlorures d'acides normaux correspondants.

C'est le cas notamment de l'*acide benzène-azo-m-benzoïque* (point de fusion 170°-171°), qui a été préparé en condensant le nitrosobenzène avec l'éther *m*-amino-benzoïque, et en saponifiant ensuite l'*éther benzène-azobenzoïque* ainsi obtenu (point de fusion de l'éther méthylique 58°). L'*amide* correspondante fond à 198°-199°.

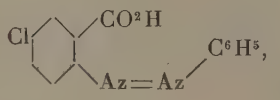
Au contraire, l'*acide chloro-4-benzène-azo-o-benzoïque* et l'*acide dichloré-2.4* se comportent, vis-à-vis du perchlorure de phosphore, comme l'acide benzène-azo-*o*-benzoïque lui-même.

J'ai cherché ensuite à fixer la position de l'atome de chlore dans le chloroxyindazol mentionné plus haut. J'y suis arrivé en identifiant son produit d'oxydation avec un acide chloro-4-benzène-azo-*o*-benzoïque préparé synthétiquement.

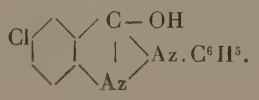
A cet effet, l'acétylanthranilate de méthyle $C^6H^4\begin{matrix}AzH.COCH^3\ (1)\\ CO^2H^3\ (2)\end{matrix}$ a été soumis, en solution acétique chaude, à l'action de l'hypochlorite de soude (1^{mol}); on obtient ainsi un *chloro-acétylanthranilate de méthyle* (1) (point de fusion 127°), que l'on saponifie par l'acide chlorhydrique concentré bouillant. L'*acide chloranthranilique* résultant (point de fusion 211°-212°) possède la constitution

$$C^6H^3.AzH^2.CO^2H.Cl(1.2.4),$$

car il fournit de la *p*-chloraniline lorsqu'on le chauffe vers 200°. Cet acide a été ensuite éthérifié par le gaz chlorhydrique et l'alcool méthylique bouillant, et l'*éther méthylique* (point de fusion 69°, point d'ébullition 168°-170° sous 22^{mm}) a été condensé avec le nitrosobenzène en solution acéto-alcoolique. Enfin, l'éther chloro-benzène-azobenzoïque a été saponifié par la potasse alcoolique; l'*acide libre,* qui possède la formule (I), s'est trouvé être identique à l'acide chlorobenzène-azo-*o*-benzoïque provenant du chloroxyindazol fusible à 266°. Ce dernier possède donc la formule (II) :



(I)



(II)

L'acide chloro-4-benzène-azobenzoïque étant traité à son tour par le perchlorure de phosphore, fournit un *dichloroxyindazol* fusible à 186°-187°,

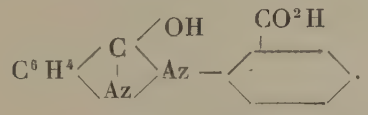
(1) Il ne m'a pas été possible d'introduire dans le noyau aromatique un second atome de chlore en position 6. Ni l'hypochlorite, ni le chlore ne réagissent sur le chloracétylanthranilate de méthyle, dans les conditions habituelles.

dans lequel le second atome de chlore occupe très probablement la position 6. Il y a donc une certaine analogie entre le mécanisme de cette réaction et celui de la chloruration de l'acétanilide, la substitution du chlore dans le noyau résultant de la transposition moléculaire d'un produit d'addition chloré à l'azote.

Le manque de matière première m'empêche provisoirement de poursuivre ce cycle de transformations et de déterminer si la formation des oxy-indazols est limitée par la substitution des atomes d'hydrogène en position ortho et para dans le noyau benzénique.

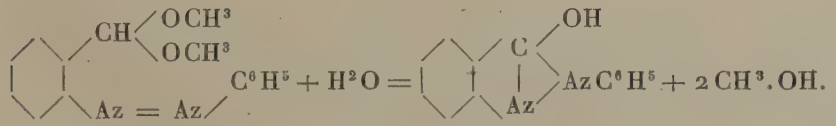
J'ajouterai que les dérivés *c*-oxyindazyliques peuvent être obtenus par des réactions différentes.

La réduction alcaline de l'alcool *o*-nitrobenzylique (¹) fournit, en effet, entre autres produits, un composé $C^{14}H^8Az^2O^2$, que M. Carré (²) a démontré être la lactone de l'acide *c*-oxyindazylbenzoïque :



Cette lactone se forme également lorsqu'on décompose par la chaleur l'acide *o*-hydrazobenzoïque et même l'acide *o*-azobenzoïqne. M. Bamberger l'a obtenue aussi en faisant agir l'acide acétique sur l'aldéhyde *o*-azoxybenzoïque (³).

Enfin, le *phényloxyindazol* lui-même a été préparé par M. de Laborderie et par moi en saponifiant l'*acétal benzène-o-azobenzoïque* par l'acide sulfurique dilué :



Ce composé cristallise en aiguilles fusibles à 216°-217°.

(¹) *Comptes rendus*, t. CXXXVIII, p. 1425.
(²) *Comptes rendus*, t. CXLIII, p. 54.
(³) Communication particulière.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation de l'éther oxalacétique avec l'éther cyanacétique en présence de pipéridine.* Note de M. **Ch. Schmitt**, présentée par M. A. Haller.

Continuant l'étude de l'action condensante des amines sur les éthers cyanacétiques en présence des éthers cétoniques, j'ai mis en présence, dans les conditions décrites antérieurement (1), 30g d'oxalacétate d'éthyle, 20g de cyanacétate d'éthyle et 5 gouttes de pipéridine. Contrairement à ce qui s'est passé dans les opérations précédentes, aucune réaction n'a paru se produire. Au bout de quelques jours, j'ai porté le mélange au bain-marie pour amorcer la réaction, puis je l'ai abandonné à nouveau à la température du laboratoire. Huit jours après, j'ai recueilli par essorage les aiguilles cristallines qui s'étaient formées au sein du liquide et qui, purifiées par cristallisation dans la benzine, fondaient à 75°.

Les eaux mères distillées laissent passer entre 190° et 230° une huile jaunâtre très visqueuse qui, par refroidissement, se prend immédiatement en une masse cristalline qui m'a fourni une nouvelle quantité de corps fondant à 75°.

Ce corps répond à la formule centésimale $C^{13}H^{17}O^6N$.

Il prend naissance dans la réaction suivante :

$$\begin{array}{l} CH^2 \text{——} C=O \\ \quad | \quad\quad | \\ CO^2C^2H^5\ CO^2C^2H^5 \end{array} + \begin{array}{l} CH^2 - CN \\ \quad | \\ CO^2C^2H^5 \end{array} = H^2O + \begin{array}{l} CH^2 \text{——} C \equiv\equiv C - CN \\ \quad | \quad\quad | \quad\quad | \\ CO^2C^2H^5\ CO^2C^2H^5\ CO^2C^2H^5 \end{array}$$

qui en fait le *cyanopropènetricarboxylate d'éthyle*. Ce corps est neutre. Sous l'action des acides et des alcalis il perd de l'acide carbonique mais ne donne naissance à aucun produit défini.

Il diffère donc de celui que G. Errera et F. Perciabosco (2) ont décrit sous forme d'une huile lourde, jaune, à réaction nettement acide, distillant difficilement dans le vide à 215° sous 20mm, qu'ils avaient obtenue par action d'un alcali dilué sur l'éther éthylique de l'acide isoiminocarboxyaconitique.

Ces chimistes avaient admis que la réaction se passait suivant l'équation

$$C^2H^5CO^2 - C\begin{array}{l} {}^{1}CH(CO^2C^2H^5) - {}^{5}C = NH \\ {}^{2}\diagdown\ {}^{3}C(CO^2C^2H^5) \text{——} {}^{4}CO^2 \end{array} = CO^2 + \begin{array}{l} CH^2 \text{——} C \equiv\equiv C - CN \\ \quad | \quad\quad | \quad\quad | \\ CO^2C^2H^5\ CO^2C^2H^5\ CO^2C^2H^5 \end{array}$$

et que la rupture du noyau se faisait entre les atomes de carbone 1 et 5.

(1) *Comptes rendus*, t. CXL, 22 mai 1905, p. 1400.

(2) G. Errera et F. Perciabosco, *Berichte*, t. XXXIV, 1901, p. 3704.

Il est plus simple d'admettre que cette rupture a lieu entre les atomes de carbone 3 et 4 et que le composé de G. Errera et F. Perciabosco répond à la formule

$$\begin{array}{l} CN-CH\text{———}C\equiv\!\equiv CH \\ \quad\;\; | \qquad\quad\; | \qquad\quad\; | \\ \quad CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5 \end{array}$$

qui explique bien sa réaction acide par la présence de deux groupes —CH. C'est du reste à cette formule que se sont arrêtés, dans un travail récent, H. Rogerson et J.-F. Thorpe (¹). Ils l'ont établie par une nouvelle synthèse de ce corps et par l'étude de ses propriétés.

L'oxalacétate d'éthyle réagit sur le cyanacétate d'éthyle sodé suivant l'équation

$$\begin{array}{l} CN-C-NaH \\ \quad\;\; | \\ \quad CO^2C^2H^5 \end{array} + \begin{array}{l} COH\text{——}CH \\ \quad\;\; | \qquad\;\; | \\ CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5 \end{array} = H^2O + \begin{array}{l} CN-CNa\text{——}C\equiv\!\equiv CH \\ \quad\;\; | \qquad\quad\; | \qquad\quad\; | \\ \quad CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5 \end{array}$$

Ce dernier corps perd sa fonction nitrile sous l'action de l'acide chlorhydrique et donne naissance à de l'acide aconitique qu'on caractérise par son point de fusion (191°) et par sa transformation en anhydride sous l'action de la chaleur.

L'acide sulfurique concentré à froid mène à l'éther dihydroxycinchoméronique ou 2.6-dihydropyridine-4.5-dicarboxylique.

Enfin la potasse alcoolique pousse la saponification plus loin et conduit à l'acide citrazinique ou 2.6-dihydroxypyridine-4-carboxylique.

En résumé, il existe deux corps bien distincts dérivés de l'éther cyanacétique, de formule globale $C^3H^{17}O^6N$:

L'un à réaction acide de formule

$$\begin{array}{l} CN-CH\text{——}C\equiv\!\equiv CH \\ \quad\;\; | \qquad\quad\; | \qquad\quad\; | \\ \quad CO^2HC^2{}^5\;\; CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5 \end{array}$$

préparé par G. Errera et F. Perciabosco d'une part, et par H. Rogerson et J.-F. Thorpe de l'autre, et un autre à réaction neutre obtenu par nous et répondant à la formule

$$\begin{array}{l} CH^2\text{——}C\equiv\!\equiv C-CN \\ \quad\;\; | \qquad\quad\; | \qquad\quad\; | \\ CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5\;\; CO^2C^2H^5 \end{array}$$

(¹) H. Rogerson et J.-F. Thorpe, *Chem. Soc.*, t. XXXIX et XL, p. 631.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Remplacement de l'oxhydryle de quelques carbinols par le radical éthyloïque* — CH^2CO^2H. Note de M. **R. Fosse**, présentée par M. A. Haller.

L'oxhydryle des carbinols aromatiques, secondaires, substitués par les restes

$$CH^3-O..,\qquad CH^2\begin{cases}O..\\O..,\end{cases}\qquad \begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\!\!>\!N..$$

peut facilement céder sa place au radical éthyloïque $-CH^2-CO^2H$.

Ces dérivés hydroxylés et l'acide malonique perdent aisément 1^{mol} d'eau et d'anhydride carbonique en produisant une nouvelle série d'acides propioniques, bisubstitués en β :

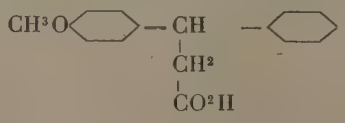
$$>CH\,OH + CH^2\begin{cases}CO^2H\\CO^2H\end{cases} = H^2O + CO^2 + >CH-CH^2-CO^2H.$$

C'est une nouvelle réaction. Elle doit être rapprochée de celle, bien connue, des aldéhydes et de l'acide malonique, qui conduit à des acides propénoïques, monosubstitués en β :

$$-C\begin{cases}H\\=O\end{cases} + CH^2\begin{cases}CO^2H\\CO^2H\end{cases} = H^2O + CO^2 + -C\begin{cases}H\\=CH-CO^2H.\end{cases}$$

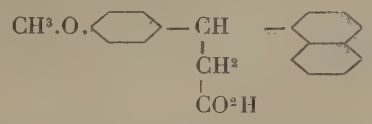
Les belles méthodes de synthèses de M. Grignard nous ont permis de nous procurer sans peine la plupart des carbinols nécessaires pour préparer les acides décrits dans cette Note.

Acide paraméthoxyphényl-phényl-ββ-propionique :



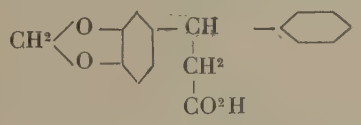
Il fond sur le mercure de 121°,5 à 122°,5. La nature de ce corps a été établie par son analyse, son titrage et par l'analyse de son sel d'argent : A. Ag, blanc amorphe.

Acide p.-méthoxyphényl-α-naphtyl-ββ-propionique :



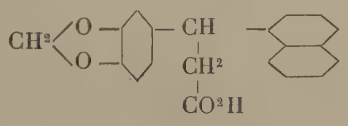
: Nous avons préparé et analysé son sel d'argent A. Ag, blanc, amorphe et son paratoluide $CH^3.O.C^6H^4-CH(C^6H^5)-CH^2-CO.NH.C^6H^4.CH^3$ *p.*, fondant à 176°-177° en tube étroit (n. c.).

Acide méthylène-dioxy-3.4-phényl-phényl-ββ-propionique :



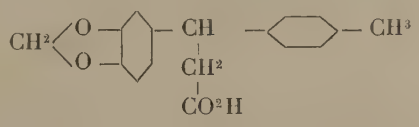
Il fond sur le mercure à 155°-156° (n. c.). Il a été titré et analysé. On a préparé et analysé son sel d'argent A. Ag blanc, amorphe.

Acide méthylène dioxy-3.4-phényl-α-naphtyl-ββ-propionique :



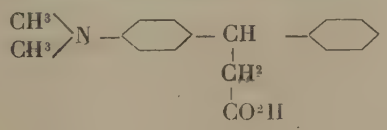
Il fond en tube étroit vers 205° n, c. On a préparé et analysé son sel d'argent A. Ag blanc amorphe.

Acide méthylène dioxy-3.4-phényl-p.-toluyl-ββ-propionique :



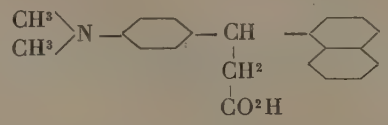
Il fond sur le mercure à 161° n. c. Il a été titré et analysé. On a préparé et analysé son sel d'argent A. Ag amorphe.

Acide p.-diméthylaminophényl-phényl-ββ-propionique :



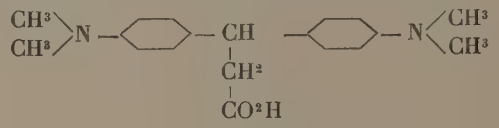
Il fond sur le mercure à 184°,5 n. c. Il a été titré et analysé. On a préparé et analysé son sel d'argent A. Ag.

Acide p.-diméthylaminophényl-α-naphtyl-ββ-propionique :



Il fond vers 183° en tube étroit n. c. On a préparé et analysé les sels suivants : A.Ag; A^2Pb; A^2Ca.

Acide p.-p.-tétraméthyldiaminodiphényl-ββ-propionique :



Il fond en tube étroit de 222° à 230°. On a préparé et analysé les sels suivants : le sel d'argent A.Ag; le sel de potassium A.K, qu'on a fait cristalliser dans du benzène contenant un peu d'alcool; A.Na cristaux blancs; A^2Ca cristaux arborescents, blancs après dessiccation; A^2Pb blanc amorphe. Le sel de baryum cristallise de l'eau en longues aiguilles incolores, devenant opaques par dessiccation à l'étuve et répondant à la formule A^2Ba.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la constitution de l'hordénine.* Note de M. **E. Léger**, présentée par M. Guignard.

Les recherches que j'ai entreprises sur ce sujet (¹) m'ont conduit à représenter l'hordénine par la formule suivante :

$$C^6H^4\begin{cases}CH^2-CH^2-N\begin{cases}CH^3\\CH^3\end{cases}\\OH\end{cases}.$$

Une question restait jusqu'à présent indécise : celle de la position de l'oxhydryle sur le noyau benzénique. Je rappellerai que la réaction d'Hofmann, appliquée à l'hordénine, m'a fourni, indépendamment de la triméthylamine, un corps amorphe à fonction phénolique, ainsi qu'une très petite quantité d'un liquide insoluble dans l'eau et d'une densité supérieure à celle-ci. Ce produit, donnant avec Fe^2Cl^6 et SO^4H^2 une coloration rouge violet, j'ai pensé un instant avoir affaire à l'hydrocoumarone, corps qui donne la même réaction.

(¹) *Comptes rendus*, t. CXLIII, p. 234.

La formation d'hydrocoumarone aurait été un argument en faveur de la position *ortho* de l'oxhydryle de l'hordénine.

Il résulte cependant des expériences suivantes que la question doit être tranchée dans un sens différent.

Oxydation de l'acétylhordénine. — Le permanganate de potassium, agissant sur l'hordénine, ne m'ayant fourni que de l'acide oxalique, j'ai, selon l'usage, substitué à l'hordénine son éther-sel acétique : l'acétylhordénine.

A la température de 0°, le permanganate est presque sans action sur la solution aqueuse d'acétylhordénine ; à 18°, l'action est encore fort lente.

La température optima de la réaction est voisine de 60°. Voici la marche à suivre; disons d'abord qu'il est inutile d'isoler le produit acétylé.

5^{g} d'hordénine sont chauffés pendant 3 heures, à 100°, avec 10^{g} d'anhydride acétique. Le liquide, qui s'est coloré pendant l'opération, est versé dans 500$^{cm^3}$ d'eau à 60°. On a préparé, d'autre part, une solution de permanganate de potassium, à 3 pour 100, dans l'eau à 60°. La solution d'acétylhordénine, ayant été presque neutralisée par addition de carbonate de sodium, on y verse la solution de permanganate jusqu'à ce qu'il y en ait un excès (environ 700$^{cm^3}$ à 750$^{cm^3}$). L'oxydant doit être ajouté par large filet et l'opération doit être conduite assez rapidement pour être terminée en 10 ou 15 minutes; après quoi on décompose l'excès de permanganate par addition d'alcool.

Après filtration et refroidissement, le liquide jaune est sursaturé par HCl et épuisé à l'éther ; ce dernier étant distillé, il reste un résidu huileux qui cristallise immédiatement. Il est bon de faire une deuxième opération semblable. 10^{g} d'hordénine fournissent ainsi 6^{g} de produit brut, constitué par un acide aromatique, lequel exposé à l'air perd l'acide acétique qui le souille.

Pour le purifier on verse sur cet acide, placé dans un ballon, 250$^{cm^3}$ d'eau bouillante renfermant 10 pour 100 d'alcool. L'acide, fort peu soluble à froid, cristallise par refroidissement. On lui fait subir une deuxième cristallisation, opérée comme la première; mais, avant de filtrer, on fait digérer la solution, pendant quelques instants, avec du noir animal lavé. L'acide se dépose enfin en lamelles rectangulaires, minces, à éclat nacré. Ce corps n'est autre chose que l'acide acétylpara-oxybenzoïque.

Identification de l'acide acétylpara-oxybenzoïque de l'hordénine. — En vue de cette identification j'ai préparé le dérivé acétylé de l'acide para-oxybenzoïque en chauffant pendant 4 heures, à 100°, 4^{g} de cet acide avec 2^{g} d'acétate de sodium fondu et 10^{g} d'anhydride acétique. Le produit de la réaction, lavé à l'eau, a été purifié par cristallisation dans l'alcool à 10 pour 100. Je résumerai sous forme de Tableau le résultat de la comparaison des corps des deux origines :

Propriétés.	Acide acétylpara-oxybenzoïque de l'hordénine.	Acide para-oxybenzoïque acétylé.
Solubilité dans l'eau froide :	A peine soluble	A peine soluble
Aspect :	Lamelles rectangulaires minces à éclat nacré	Lamelles rectangulaires minces à éclat nacré
Point de fusion (corrigé) :	184°,9	184°,7, 185° (Klepl) (1)
Quantité de $Ba(OH)^2$ nécessaire à la saturation de 1g d'acide en présence de phénolphtaléine :	0g,4882	0g,4880

L'identité des deux corps ne saurait être douteuse; celle-ci s'affirme encore si l'on compare les acides para-oxybenzoïques provenant de leur saponification. Ces derniers acides, après dessiccation à 100°, fondaient exactement à la même température : 212°-213° (corrigé, fusion rapide).

Ces résultats fixent définitivement la position de l'oxhydryle de l'hordénine en *para*, par rapport à la chaîne latérale azotée. L'hordénine est donc la *para-oxyphényléthyldiméthylamine*. Elle est en relation étroite avec le corps (4) $OH - C^6H^4 - (1)\,CH^2 - CH^2 - NH^2$: la para-oxyphényléthylamine qui se produit lorsque l'on chauffe la tyrosine à 270°. Si donc la diméthyltyrosine était connue, il serait vraisemblablement possible de la dédoubler, par la chaleur, en CO^2 et hordénine, comme la tyrosine se dédouble, dans les mêmes circonstances, en CO^2 et *p*-oxyphényléthylamine.

Piria a reconnu que la tyrosine, chauffée avec SO^4H^2, se transforme en une substance dont la solution neutre se colore en violet par Fe^2Cl^6; or, l'hordénine donne aussi cette réaction.

La constitution de l'hordénine étant ainsi définitivement établie, on conçoit que la synthèse de cette base puisse s'opérer en faisant agir le bromure du radical de l'alcool para-oxyphényléthylique :

$$(4)\,OH - C^6H^4 - (1)\,CH^2 - CH^2\,Br$$

sur la diméthylamine.

Cet alcool étant inconnu, je vais m'efforcer de le préparer afin de tenter la reproduction synthétique de l'hordénine.

(1) Klepl, *Journ. für prak. Ch.*, t. XXVIII, 1883, p. 211.

MINÉRALOGIE. — *Sur les roches volcaniques de la presqu'île du Cap-Vert (Sénégal)*. Note de M. **Jean Chautard**, présentée par M. Michel Lévy.

Les recherches, sur la constitution géologique de l'Ouest africain, que j'ai entreprises pour le compte du Gouvernement général de l'Afrique occidentale française, et qui ont eu pour objet l'établissement de la carte géologique de la presqu'île du Cap-Vert, m'ont amené à constater dans cette presqu'île l'existence de deux séries de roches volcaniques dont les positions stratigraphiques relatives sont nettement délimitées. L'extension de ces roches est très faible, et, en dehors des deux petits gisements de Diokhoul et du cap des Biches, près de Rufisque, elles sont localisées à l'extrême pointe occidentale de la presqu'île et aux îlots qui en dépendent.

La série la plus ancienne semble contemporaine des formations crétacées supérieures; elle est représentée par des produits d'intrusion et d'épanchement sur lesquels reposent, à Dakar même, les marnes sénoniennes à *Physarter inflatus* Pomel; des tufs de projections intercalés dans ces marnes montrent que l'activité volcanique s'est manifestée à l'époque des dépôts sénoniens. Les roches de cette série jalonnent sensiblement une ligne de 30^{km} allant de Rufisque aux îles des Madeleines, ligne au voisinage de laquelle on rencontre successivement : les limburgites et pyroxénolites de Diokhoul, les trachytes et les basaltes limburgitiques du cap des Biches, les basaltes limburgitiques de l'île de Gorée, du cap Manuel et des îles des Madeleines, les pyroxénolites affleurant dans l'anse Bernard et au pied de la falaise des Madeleines, enfin un petit affleurement de basalte limburgitique sur le littoral au nord des Madeleines. Le seul type acide est le *trachyte* du cap des Biches, riche en mica noir et en sanidine; ce trachyte, remarquablement alcalin, montre d'intéressantes analogies de composition avec les trachytes phonolithiques de Ziegenberg (Bohême) et de Bull Cliff (Colorado); il renferme 12,8 pour 100 d'alcalis, dont 8,15 pour 100 de soude.

Les autres roches de la série sont exclusivement basiques; elles proviennent d'un même magma et ne diffèrent que par leur structure, tantôt franchement microlithique comme au cap de Biches, tantôt grenue et à peu près holocristalline comme à l'anse Bernard, tantôt laissant voir dans une masse microlithique des ségrégations grenues

comme au cap Manuel, à Gorée et aux îles des Madeleines. Les types microlithiques sont des basaltes très pauvres en feldspaths; certains échantillons où les feldspaths manquent complètement peuvent être placés au rang des *limburgites,* la majeure partie forme un *basalte limburgitique;* toutes ces roches sont riches en *ilménite.* Les types grenus constituent des *pyroxénolites* avec ou sans olivine, renfermant toutes de grands cristaux d'apatite et très fréquemment de la mésotype d'altération. Au milieu des basaltes limburgitiques du cap Manuel se rencontrent, en dehors des ségrégations proprement dites, de véritables enclaves homœogènes, parmi lesquelles je signalerai une *diabase* intéressante constituée par une association pœcilitique d'*apatite* en très grands cristaux et d'*augite ægyrinique;* à ces éléments se joignent de la *magnétite,* du *sphène,* du feldspath *orthose* et de l'*andésine;* cette diabase à orthose est très voisine de certaines roches de Monzoni.

La seconde série des roches est postérieure à l'Éocène moyen et antérieure aux dépôts pléistocènes les plus anciens de la région; elle présente l'intérêt particulier que tous ses représentants se rattachent nettement à un appareil volcanique dont les restes offrent un aspect de fraîcheur tout à fait remarquable. Cet appareil, situé au nord de Dakar, sur la côte occidentale, au lieu dit « les Mamelles », est un cône mixte de tufs de projections et de coulées; l'érosion marine l'a assez profondément démantelé pour qu'on puisse en voir de l'Atlantique une véritable coupe. Les deux collines des Mamelles, atteignant respectivement 95^{m} et 105^{m}, sont les deux témoins les plus importants du cône de débris. De nombreuses *bombes basaltiques,* à noyaux de *péridotite* (*picrite*) et parfois à enclaves de *diabase,* se rencontrent dans les diverses intercalations de projections de ce cône; elles sont particulièrement abondantes le long de la falaise de la Mamelle occidentale, où l'on peut recueillir en place des bombes dont les dimensions varient de 5^{cm^3} à $\frac{1}{2}$ tonne.

Les produits d'épanchement de cet appareil couvrent un demi-cercle, d'environ 7^{km} de rayon, dont le diamètre limite serait la côte occidentale. Ce sont des *basaltes* dont on reconnaît jusqu'à trois coulées superposées, la plus ancienne reposant sur les marnes de l'Éocène moyen; les basaltes de la coulée moyenne sont très riches en phénocristaux d'olivine et se présentent en prismes qu'on peut voir presque tout le long de la côte. La structure de ces basaltes est tantôt microlithique avec un résidu vitreux plus ou moins abondant, tantôt franchement doléritique; on observe d'ailleurs tous les intermédiaires. Ces roches sont assez riches en pyroxènes violets, elles renferment comme les roches de la série antérieure une assez forte proportion de *titane* se présentant à l'état d'*ilménite* et même de *sphène.*

A côté de ces produits d'épanchement il importe de faire une place à part à la dernière venue éruptive constituée par le remplissage de la cheminée même du volcan des Mamelles : cette cheminée centrale, dont la surface est à 60^{m} environ au-dessous des

sommets du cône, est constituée exclusivement par une *andésite* d'un gris très foncé renfermant de grands cristaux d'*augite* allongés suivant *mm* (100)-(1$\bar{1}$0), des microlithes allongés d'augite, d'*andésine* dominante et de *labrador*, de la *magnétite* en graines et de l'*ilménite* en petites grilles hexagonales. L'étude chimique de cette roche permet de la rapprocher des andésites de Bandai Son (Japon) prises par les pétrographes américains comme types d'un de leurs rangs.

En dehors des tufs de projection du cône on rencontre à la pointe de Bel-Air, entre le cimetière de Dakar et la batterie de Bel-Air, un petit affleurement littoral de *tufs basaltiques* analogues à ceux des Mamelles, renfermant de nombreux cristaux bien formés d'*olivine* et d'*augite*, des *lapilli* d'un verre volcanique brun foncé et de petits fragments de basalte. Ce tuf mérite d'attirer l'attention parce qu'il renferme outre des galets de marnes et d'argiles, des tufs des mamelles, des galets de *granite*; ce granite très altéré et extrêmement riche en quartz renferme de l'*apatite* en abondance, du *sphène* et du *rutile*.

Les analyses suivantes effectuées par M. Pisani permettent de se rendre compte des relations entre les diverses roches volcaniques de la presqu'île; elles se rapportent à : *a*. trachyte alcalin du cap des Biches; *b*. basalte limburgitique du cap Manuel; *c*. andésite des Mamelles; *d*. basalte des Mamelles.

	a.	*b*.	*c*.	*d*.
TiO^2	1,02	2,56	2,28	2,68
SiO^2	60,10	39,11	46,20	47,95
Al^2O^3	18,80	14,05	15,20	16,50
Fe^2O^3	2,87	3,25	9,67	3,95
FeO	0,95	8,65	0,75	6,21
CaO	1,08	14,70	9,53	8,01
MgO	1,15	12,61	6,07	7,92
K^2O	4,65	0,85	1,39	1,02
Na^2O	8,15	2,82	4,43	4,68
Pertes au feu	2,00	2,12	2,40	1,50
	100,57	100,72	100,52	100,42
P^2O^5	traces	0,70	0,45	0,32

MINÉRALOGIE. — *Sur la présence de la galène parmi les minéraux produits par les fumerolles de la dernière éruption du Vésuve*. Note de M. **Ferruccio Zambonini**, présentée par M. A. Lacroix.

M. A. Lacroix a présenté à l'Académie, dans la séance du 12 novembre 1906, une Note dans laquelle il parle de la galène et d'autres minéraux produits par les fumerolles de la dernière éruption du Vésuve.

Je signale que j'ai communiqué, avant le 19 août, à l'Accademia dei Lincei à Rome, une Note sur la galène vésuvienne. Dans cette Note, se trouvent plusieurs des observations faites par M. Lacroix sur ce minéral. En effet, j'ai appelé l'attention sur la ressemblance frappante qu'on peut observer entre la galène vésuvienne et celle des usines métallurgiques, et j'ai expliqué la formation de ce minéral par la même réaction que M. Lacroix. J'ai parlé aussi de la pyrite dont je me réservais l'étude.

Je dois aussi faire connaître que, dans la séance du 10 novembre de l'Académie de Naples, j'ai présenté un Mémoire sur quelques minéraux de la dernière éruption vésuvienne, dans lequel je décris le réalgar (dont j'ai pu mesurer plusieurs cristaux), l'anglésite cristallisée, les cristaux de pyrite, de soufre, la pseudocotunnite, la forme monoclinique du sulfate sodico-potassique, la métavoltine, et, parmi les minéraux des blocs rejetés, l'amphibole, la sodalite et la microsommite. Je parle aussi de certains échantillons de thermonatrite et de trona, mais je ne puis pas assurer qu'ils proviennent de la dernière éruption.

BOTANIQUE. — *Sur les inclusions intracellulaires de la feuille du Nerprun purgatif* (Rhamnus cathartica *L.*). Note de M. **Wladimir Tichomirow**, présentée par M. Guignard.

En poursuivant mes recherches sur les inclusions intracellulaires du parenchyme charnu de certains fruits (1), j'ai pu constater l'identité complète de ces formations dans les fruits des *Diospyros Lotus* L., *D. virginiana* L. et *Diospyros Kaki* L. f., où je les avais découvertes grâce aux matériaux que je m'étais procurés en Transcaucasie, et particulièrement à Tiflis.

Dans le cours de mes investigations, j'ai reconnu l'existence, dans les fruits de ces trois espèces de *Diospyros*, d'une oxydase, qui, sous l'influence de l'air, et dans l'espace de quelques semaines, communique aux inclusions totalement incolores dans les tissus vivants, une teinte d'abord rose pâle, puis rouge carmin; par la vanilline et l'acide chlorhydrique concentré, elles présentent également cette dernière coloration, ce qui indique la présence d'un phénol et, avec une certaine probabilité, celle d'un tannol.

Un fait intéressant était de rencontrer aussi, dans le mésophylle de la feuille du *Rhamnus cathartica*, les inclusions que j'avais observées dans la

(1) *Comptes rendus*, t. CXXXIX, 25 juillet 1904, p. 305-306.

Datte, le Kaki et les Jujubes, ainsi que dans l'Anone et le Chalef, et qui avaient été signalées, en premier lieu, par Flückiger dans les Caroubes et ensuite dans les baies du Nerprun purgatif. Après les avoir rencontrées dans les feuilles du *Diospyros Lotus*, je les ai retrouvées aussi dans celles du *Rhamnus cathartica*, dont le fruit est beaucoup moins riche en inclusions que celui du *Diospyros Lotus*, où elles ont en outre des dimensions considérables.

Dans la baie du *Rhamnus*, elles présentent une forme elliptique ou arrondie plus ou moins régulière. On les voit disposées par groupes immédiatement sous l'épicarpe, ainsi que dans les lames du tissu situées entre les quatre graines et dans l'axe du fruit à la base. Leur longueur varie ordinairement entre 50$^{\mu}$ à 175$^{\mu}$, leur largeur entre 30$^{\mu}$ à 70$^{\mu}$. Les plus petites inclusions, isodiamétriques, peuvent n'avoir que 16$^{\mu}$ à 32$^{\mu}$. Au point de vue physique et chimique, ces formations offrent une identité complète avec toutes les autres inclusions que j'ai examinées.

Dans la feuille, qui comprend entre les deux épidermes, en général, une assise de cellules en palissade et trois ou quatre assises de mésophylle, les inclusions présentent à peu près les mêmes dimensions que dans la baie. L'assise en palissade renferme aussi de grandes cellules, dont le diamètre atteint la moitié et même les deux tiers de l'épaisseur de la feuille; elles contiennent un très gros cristal d'oxalate de calcium, appartenant au système du prisme rhomboïdal oblique. Des cristaux de même nature se rencontrent également, dans les cellules épidermiques, en petit nombre ou groupés en mâcles sphériques.

Les propriétés physiques et chimiques des inclusions de la feuille du *Rh. cathartica* sont semblables à celles du fruit de la même plante. Pour les étudier, il est nécessaire de plonger d'abord les coupes transversales de la feuille dans une solution concentrée (à $\frac{5}{2}$) d'hydrate de chloral jusqu'à transparence parfaite (l'addition de glycérine accélère l'opération). Après lavage à l'eau, les inclusions se laissent facilement caractériser à l'aide des réactions suivantes : traitées par la vanilline et l'acide chlorhydrique concentré, elles se colorent en rose carmin vif; par l'acétate ou le perchlorure de fer, en bleu noir; par le bichromate de potasse, en brun; par le molybdate d'ammoniaque additionné de chlorhydrate d'ammoniaque, en jaune orangé; par le réactif de Millon, en vert, puis en vert bleuâtre. La potasse donne une teinte vert jaunâtre, ordinairement persistante.

Pour obtenir le bleu verdâtre et le bleu foncé presque noir, on chauffe la préparation sur le porte-objet en évitant d'atteindre l'ébullition. Parmi ces divers réactifs, la vanille et l'acide chlorhydrique, ou bien la solution de potasse, donnent un résultat satisfaisant sans qu'il soit nécessaire de chauffer préalablement la préparation dans la solution de chloral.

Les réactions qui précèdent font connaître sans peine la localisation des inclusions dans la feuille du *Rhamnus*. Elles montrent que ces formations sont disposées parallèlement à l'épiderme des deux surfaces supérieure et inférieure de la feuille. Dans l'assise de cellules en palissade, elles ont pour la plupart la forme de cylindres obtus dirigés perpendiculairement à leur grand axe et occupent un espace égal à la largeur de trois à quinze de ces cellules; on les trouve ensuite le long des faisceaux vasculaires, qu'elles accompagnent et, sous l'épiderme inférieur, elles sont dispersées entre les éléments du parenchyme lacuneux.

En résumé, les inclusions des fruits des *Diospyros Lotus, D. Kaki, D. virginiana*, incolores pendant la vie, prennent au contact de l'air une coloration rouge, sous l'influence de l'oxydase qu'elles renferment. L'action de la vanilline et de l'acide chlorhydrique montre que leur substance tannoïde (tannol) renferme un phénol. Dans la feuille, comme dans le fruit du *Rh. cathartica*, les inclusions présentent les mêmes caractères physiques et chimiques.

BOTANIQUE. — *Évolution des corpuscules métachromatiques des graines (globoïdes) pendant la germination.* Note de M. **J. Beauverie**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Nous avons mis en évidence, dans des Notes précédentes (1), l'existence dans les graines de corpuscules métachromatiques et nous avons montré comment les globoïdes des grains d'aleurone rentraient dans cette catégorie de corps. Nous indiquerons aujourd'hui leur évolution pendant la germination de la graine en prenant comme type la graine de Courge où les phénomènes sont particulièrement nets; le Ricin fournit aussi un bon sujet d'étude.

Dès les premiers jours, les globoïdes se gonflent et se fragmentent, subissant une pulvérisation plus ou moins accentuée. Dans le Ricin, ils se disposent autour du cristalloïde, tandis que ce dernier se fragmente et se dissout peu à peu. Pendant qu'au sein de la substance amorphe du grain d'aleurone le cristalloïde est en voie de dissolution,

(1) J. Beauverie et Guilliermond, *Note préliminaire sur les globoïdes et certaines granulations des graines ressemblant, par quelques-unes de leurs propriétés, aux corpuscules métachromatiques* (*Comptes rendus*, 9 avril 1906). — *Les corpuscules métachromatiques des graines* (*Soc. de Biologie*, nov. 1906).

la quantité des corpuscules provenant des globoïdes paraît s'accroître. Ces faits sont bien nets après 48 heures de germination. On constate en outre, souvent, l'apparition de fines granulations métachromatiques dans le cytoplasma. Au bout de 3 jours environ le cristalloïde, ou les fragments qui proviennent de sa division, sont très réduits et comme en train de fondre dans la masse amorphe, tandis que les grains rouges sont toujours abondants. Vers le quatrième jour, la protéine imprègne la masse amorphe dont l'aspect est grossièrement granuleux et que ponctuent encore des corpuscules métachromatiques. Enfin, vers le cinquième jour, les grains d'aleurone ont perdu toute individualité, çà et là s'observent quelques restes de cristalloïdes et de gros corps métachromatiques provenant de la fusion des corpuscules des stades précédents. Le protoplasma prend l'aspect vacuolaire. Vers le huitième jour, le protoplasma est uniformément vacuolaire et, dans la trame cytoplasmique, subsistent quelques rares grains rouges.

Dans la Courge la marche générale des transformations de réserves est moins rapide. Vers le quatrième ou cinquième jour la protéine des cristalloïdes, au lieu de disparaître, s'agglomère en masses aux formes les plus bizarres; quant aux corpuscules métachromatiques ils sont très abondants et, particulièrement dans les cellules périphériques des cotylédons, ils se fusionnent en énormes sphères, peu nombreuses, occupant les larges vacuoles dont le protaplasma s'est creusé. Ces corpuscules sont les plus volumineux dans les assises sous-épidermiques; ils présentent la structure à stries concentriques, que nous indiquions dans une Note précédente, avec une netteté particulière. Dans les assises plus profondes ils sont encore nombreux mais beaucoup moins volumineux et le plus souvent logés dans le protoplasma; enfin, du côté de l'épiderme interne, ils ont plus ou moins totalement disparu. Dans les cellules de l'épiderme externe (inférieur de la feuille cotylédonaire) ils sont à l'état de granules très ténus, disséminés dans un protoplasma dense.

On retrouve encore de gros grains rouges dans des germinations de 10 à 20 jours comportant des hypocotyles de 2^{cm} à 4^{cm} et des cotylédons commençant à verdir. Les plus gros se trouvent dans les vacuoles; il en existe, en outre, à l'état finement pulvérisé, dans la trame cytoplasmique. On observe parfois aussi, à ces stades, des agglomérations de ces sphères de taille différente et l'on a des masses rouges volumineuses dont l'aspect est pour ainsi dire levuriforme et comme bourgeonnant; elles se trouvent dans la large vacuole qui a refoulé, à ce moment, le protoplasma vers la paroi de la cellule. Sans affecter cette forme spéciale la substance métachromatique peut prendre, à ces stades, les formes les plus irrégulières de corps allongés et étranglés ou à contour irrégulièrement ondulé.

Dans les germinations de 22 ou 23 jours, ces corps sont devenus très rares et leur taille est minime, et c'est seulement à partir de ce moment, l'hypocotyle ayant plus de 4^{cm} de longueur, que l'on n'en trouve à peu près plus de traces dans les cotylédons et que le protoplasma a pris une structure homogène.

L'aleurone du Lupin blanc était considéré comme dépourvu d'inclusions, nous y avons décrit des corpuscules métachromatiques que l'on met parti-

culièrement en évidence en traitant la préparation par la potasse à $\frac{1}{100}$ avant de colorer.

Dès les premiers stades de la germination les grains d'aleurone, de polyédriques qu'ils étaient, deviennent sphériques, les grains rouges se répartissent uniformément dans la cellule. Après 24 heures, l'aleurone a perdu son individualité, le contenu cellulaire est à peu près homogène et seulement parsemé de corpuscules métachromatiques plus volumineux qu'aux stades antérieurs. Ils sont généralement logés dans de petites vacuoles.

Signalons ce fait, que l'on voit généralement de très nombreux corpuscules intercellulaires; ils peuvent être très ténus ou volumineux lorsque leur abondance a entraîné leur fusionnement. On peut observer parfois, surtout au niveau des assises périphériques, des bandes rouges continues de substance métachromatique, qui marquent le contour des cellules.

L'évolution des corps métachromatiques, que nous venons de décrire dans la Courge et le Ricin, se fait de la base au sommet des cotylédons ou de l'albumen et du centre à la périphérie.

Nous croyons qu'il y a lieu d'assimiler les grains rouges des plantes supérieures avec ceux des cryptogames. Il s'agit tout au moins de substances voisines. Cette opinion s'étaye sur ce fait que les propriétés de ces corps sont, à peu de chose près, les mêmes et que leur présence, leur évolution, se manifestent dans des conditions physiologiques analogues. Les rares différences d'ordre secondaire signalées trouvent peut-être leur explication dans le fait de l'adjonction à la volutine, qui constitue ces corps d'après A. Meyer, de substances étrangères telles que les combinaisons minérales qui y sont signalées.

Ils sont solubles dans l'acide acétique à l'encontre des corpuscules métachromatiques de beaucoup de champignons, mais cette propriété a été signalée dans le cas de certaines algues (Matruchot et Molliard) où, dans la même plante, on trouve à la fois de ces corps, les uns solubles, les autres insolubles.

Dans l'état actuel des choses, il y a trop de ressemblances entre les caractères morphologiques, physiologiques et les réactions de ces corps pour qu'on soit autorisé à les séparer. Nous montrerons bientôt, en traitant du développement de ces corps, qu'ils naissent, comme chez les Protistes, dans des vacuoles du cytoplasme et leur apparition précède notablement celle des autres éléments figurés du grain d'aleurone.

Nous insisterons peu sur leur rôle : substance de réserve ou proenzyme?

La preuve décisive en faveur de l'une ou l'autre hypothèse n'est point trouvée. La première est soutenue avec une autorité particulière par M. Guilliermond, c'est la plus vraisemblable. Toutefois la multiplication de ces corps pendant la germination, leur abondance, d'autant plus grande que la protéine se résorbe, nous avait fait penser un instant au rôle de proferment protéolytique, à une substance colloïdale jouant un rôle catalytique rendu plus vraisemblable encore par la présence des électrolytes que peuvent constituer les sels de chaux et de magnésie qu'ils renferment.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les modifications histologiques apportées aux fleurs du* Teucrium Chamædrys *et du* Teucrium montanum *par des larves de* Copium. Note de M. C. **Houard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On connaît depuis longtemps les curieuses galles engendrées par des Hémiptères-Hétéroptères de la famille des Tingides aux dépens des fleurs du *Teucrium Chamædrys* L. et du *Teucrium montanum* L. Elles résultent de l'action des larves du *Copium clavicorne* Fourcr. et du *Copium teucrii* Host, cécidozoaires très voisins, que l'on peut considérer comme des facteurs parasitaires identiques vis-à-vis des végétaux qu'ils attaquent. Aussi semble-t-il intéressant de rechercher le mode d'action de ces parasites sur les deux espèces du genre *Teucrium*, de mettre en évidence les caractères communs des galles engendrées, comme de donner aussi l'explication des différences que l'on constate entre ces productions pathologiques.

Sous l'influence du *Copium teucrii*, la fleur du *Teucrium montanum* se transforme en une masse à peu près sphérique par suite de l'hypertrophie totale du tube de la corolle dont les dents rapprochées ferment l'ouverture de la vaste cavité florale qui abrite le cécidozoaire.

La paroi de cette galle, fortement charnue, atteint une épaisseur d'un demi-millimètre. Les cellules situées sous l'épiderme interne sont collenchymateuses, très agrandies et munies de gros noyaux; leur protoplasma dense constitue autour de la cavité larvaire une couche nutritive bien développée, située à proximité du parasite. Enfin, la présence de cette couche nourricière, nécessitant une irrigation abondante, entraîne l'accroissement en nombre et en volume des faisceaux libéro-ligneux de la paroi.

Une structure analogue se remarque dans la cécidie du *Copium clavicorne*, engendrée aux dépens de la fleur du *Teucrium Chamædrys*, qui, comme on le sait, provient de l'hypertrophie de la moitié supérieure de la corolle.

Celle-ci, charnue et épaisse, acquiert la forme d'une petite bouilloire dont le couvercle est figuré par le lobe médian de la lèvre inférieure, non rejeté en arrière et appliqué exactement contre les autres pétales.

L'épaisseur de la paroi de la galle, bien plus faible que pour la cécidie précédente, atteint encore trois ou quatre fois la dimension normale. L'accroissement transversal de la paroi se produit aux dépens de tous les éléments cellulaires, avec un cloisonnement surtout intense parmi les cellules de l'épiderme interne qui constituent des mamelons saillants entre les faisceaux vasculaires. Le protoplasma de ces cellules et celui des cellules parenchymateuses avoisinantes, hypertrophiées elles aussi, est granuleux, très abondant et riche en gros noyaux dont le diamètre peut atteindre 25 μ. De cette façon une épaisse couche nutritive prend naissance autour de la cavité florale anormale ou chambre larvaire.

Les caractères histologiques des parois des galles du *Teucrium Chamædrys* et du *Teucrium montanum* sont ainsi sensiblement les mêmes puisque la différenciation des tissus des corolles, sous l'influence de l'action cécidogène engendrée par les larves des *Copium,* aboutit toujours à la production d'une zone spéciale qui procure une nourriture abondante aux larves des cécidozoaires.

L'action cécidogène se manifeste pourtant avec une modalité très différente quand il s'agit, non plus des organes protecteurs des fleurs de *Teucrium,* mais des verticilles reproducteurs dont les pièces, essentiellement modifiables, sont, comme on le sait, d'autre part, fort sensibles aux facteurs parasitaires. Déjà, cette différence d'action est mise en évidence avec netteté dans la fleur du *Teucrium Chamædrys* par le fait que les filets staminaux se renflent en gros bourrelets dans leur région de soudure avec le tube de la corolle et présentent autour du faisceau libéro-ligneux des cellules à protoplasma dense et à noyaux hypertrophiés. L'arrêt de développement des anthères et leur atrophie rapide en sont la conséquence.

C'est le pistil de la fleur de la Germandrée Petit-Chêne qui réagit le plus activement à l'action parasitaire : l'ovaire devient volumineux par suite du grand développement des placentas et des lobes de la fausse cloison; les ovules s'atrophient et montrent parfois de grosses cellules jaunâtres au lieu et place du sac embryonnaire. Enfin, le style gynobasique surmontant l'ovaire augmente de diamètre grâce à l'extension prise par son tissu parenchymateux, qui acquiert lui aussi des caractères de tissu nourricier, et par son tissu conducteur dont la multiplication cellulaire est intense. N'ayant plus à remplir sa fonction ordinaire, assurer la conduction des tubes polliniques, ce tissu conducteur entre en régression : les membranes internes de ses cellules ne sont plus séparées les unes des autres par de larges portions liquéfiées; elles restent, au contraire, minces, accolées étroitement et elles enveloppent un protoplasma peu abondant qui a perdu sa forte densité normale.

L'action de la larve du *Copium* se fait donc sentir avec énergie sur les parties fondamentales des organes reproducteurs de la fleur du *Teucrium Chamædrys* (anthère, pollen ; ovaire, ovule); elle influence également les pièces accessoires, comme le tissu conducteur du style, chargées seulement de rôles intermédiaires dans l'acte de la fécondation.

Rien de semblable ne se remarque dans la cécidie du *Teucrium montanum* où aucune trace des verticilles reproducteurs n'est visible ; l'action cécidogène, beaucoup plus puissante que dans la galle précédente, empêche tout développement d'organes sexuels et provoque une castration parasitaire complète.

En résumé, plusieurs faits intéressants ressortent du parasitisme des larves de *Copium* dans les fleurs du *Teucrium Chamædrys* et du *Teucrium montanum*. D'une part l'action cécidogène influence de la même manière les verticilles floraux protecteurs et provoque l'apparition d'une réaction végétale qui se traduit par l'épaississement de la paroi des corolles et par la formation de tissus nourriciers utiles aux cécidozoaires. D'autre part, cette action cécidogène agit très énergiquement sur les verticilles reproducteurs chez lesquels elle entraîne des phénomènes de castration parasitaire, mais avec une modalité propre à chaque espèce de Germandrée. Il est intéressant enfin de remarquer la réaction particulièrement intense de la fleur du *Teucrium montanum* à l'action cécidogène, réaction qui se manifeste par l'attaque de tous les verticilles floraux, par la forme subsphérique de la corolle hypertrophiée, par l'épaisseur si considérable de la paroi gallaire et par l'atrophie complète des organes reproducteurs. Ces caractères bien tranchés sont peut-être en rapport avec une évolution précoce de la fleur qui subirait ainsi l'influx parasitaire pendant une période de longue durée et à une époque où toutes ses pièces seraient encore susceptibles d'être profondément modifiées.

ZOOLOGIE. — *Sur les formations coralliennes de l'île San-Thomé (golfe de Guinée)*. Note (1) de M. **Ch. Gravier**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les Polypes coralliaires ne construisent de récifs que dans les mers où la température, pendant le mois le plus froid de l'année, ne s'abaisse pas

(1) Présentée dans la séance du 26 novembre.

au-dessous de 20° C. D'après la Carte dressée par Dana (1), la ligne isotherme correspondante (isocryme) s'éloigne peu, en moyenne, du 28e degré de latitude, au milieu des grands océans; mais, au voisinage des continents, il n'en est pas ainsi. D'une manière générale, on peut dire que les deux isocrymes Nord et Sud s'écartent l'une de l'autre sur la côte orientale de l'Afrique, comme sur celle de l'Amérique, tandis qu'elles se rapprochent l'une de l'autre sur les côtes occidentales des deux mêmes parties du monde; autrement dit, la zone équatoriale où se localisent les récifs coralliens s'élargit à mesure qu'on s'avance de l'Ouest à l'Est, tant dans le Pacifique que dans l'Atlantique.

Mais la température n'est pas le seul facteur réglant la distribution géographique des récifs. La nature des côtes, la profondeur des eaux, l'action des courants, les phénomènes volcaniques, etc., interviennent ici d'une façon très active pour favoriser ou rendre impossible leur édification.

L'océan Atlantique est beaucoup moins riche en formations coralliennes que le Pacifique. Pour Darwin (2) il n'y aurait, dans le premier, que les récifs des Indes occidentales. L'illustre naturaliste anglais attribuait l'absence de semblables constructions organiques sur la côte occidentale de l'Afrique et autour des îles du golfe de Guinée, qu'il n'a jamais explorées, aux sédiments apportés à la mer par les nombreux cours d'eau qui y débouchent et aux dépôts boueux qui bordent une grande partie du littoral de cette région. Dana pensait que les courants polaires froids le long de la côte y empêchaient le développement des récifs.

L'île San-Thomé, située à l'équateur, se trouve comprise, de même qu'Anno Bom, Principe et Fernando Po, dans la zone subtorride de Dana; dans toute l'étendue de l'Atlantique, l'équateur thermique se maintient au nord de l'équateur géographique. En parcourant, au cours d'une mission récente, les côtes de cette merveilleuse île portugaise, j'ai trouvé en de nombreux points, parmi les objets rejetés par les lames, des Polypiers morts assez variés. L'état de conservation de beaucoup d'exemplaires porte à croire qu'ils proviennent d'une région toute voisine. En outre, parmi les débris accumulés en quelques endroits, on reconnaît des Mollusques à test épais comme les Spondyles, les Chames, les Arches, etc. Ces indices m'avaient amené à penser qu'il existe des récifs coralliens à proximité de San-Thomé. Cette présomption se fortifia singulièrement dans mon esprit lorsque j'ex-

(1) J.-D. Dana, *Corals and coral islands*, London, 1872.

(2) Ch. Darwin, *The structure and distribution of coral reefs*, London, 1842, p. 62.

plorai la Praia Inhame, à Porto Alegre, au sud de l'île. Au fond de cavités creusées par la mer dans le basalte et remplies d'eau à marée basse, je découvris plusieurs espèces de Poritidés et d'Astréidés parfaitement vivantes; ces deux familles sont, comme on le sait, caractéristiques des récifs coralliens. Quelques jours plus tard, à Bella Vista, au nord de l'île, je retrouvai, dans les mêmes conditions et en abondance, les mêmes types. Enfin à l'île des Chèvres (Ilha das Cabras), dans plusieurs dépressions situées à divers niveaux, je constatai la présence des mêmes Polypiers vivants fixés ici sur les trachytes.

L'examen attentif de la Carte dressée par le Commandant Boteler conduit à penser que le long de la côte Est de l'île il existe aussi des récifs madréporiques; d'après la même Carte, il semble bien qu'il s'en trouve également au voisinage d'Anno Bom et de Principe.

D'ailleurs, l'expédition du *Challenger* (1873-1876) recueillit, à Saint-Vincent (îles du Cap Vert), trois espèces de Polypiers communs dans les récifs des Indes occidentales; de sorte que l'Afrique occidentale ne paraît pas être aussi dépourvue de formations coralliennes que le pensaient Darwin et Dana.

Je n'ai pu, faute de moyens d'action suffisants, explorer les récifs de San-Thomé qui, à en juger par les nombreux débris amoncelés à la côte, donneraient une riche moisson; aucune grande expédition scientifique n'a, à ma connaissance, dirigé ses investigations dans le golfe de Guinée où l'on trouverait sûrement des matériaux d'étude d'un haut intérêt.

A l'île des Chèvres, la mer qui bat furieusement la côte a creusé, dans le trachyte qui la constitue entièrement, des cavités étagées, parfaitement étanches. Dans ces poches, dont la paroi de couleur sombre est recouverte par le produit d'altération signalé dernièrement par M. A. Lacroix (1) et qui restent, à marée basse, sans communication avec la mer pendant plusieurs heures, l'eau s'échauffe et la température peut s'y élever jusqu'à 35° C. et même plus. Nombre d'animaux comme des *Palythoa*, des Nudibranches et des Coraux variés y vivent en pleine prospérité. Il n'est pas sans intérêt, au point de vue biologique, de noter l'adaptation des Polypes coralliaires à cet habitat spécial; d'après les traités les plus classiques de Zoologie, ces êtres ne vivent dans les contrées tropicales que là où l'élévation de température pendant la basse mer est combattue par le renouvellement continuel de l'eau.

(1) *Comptes rendus*, t. CXLIII, 1906, p. 661.

ÉNERGÉTIQUE BIOLOGIQUE. — *Chambre respiratoire calorimétrique*. Note de M. **Letulle** et de M^lle^ **Pompilian**, présentée par M. A. Chauveau.

La chambre respiratoire calorimétrique, que nous avons installée dans notre Laboratoire de Physiologie pathologique de l'hôpital Boucicaut, permet de faire simultanément la mesure des échanges respiratoires et de la chaleur dégagée par l'homme pendant une très longue durée.

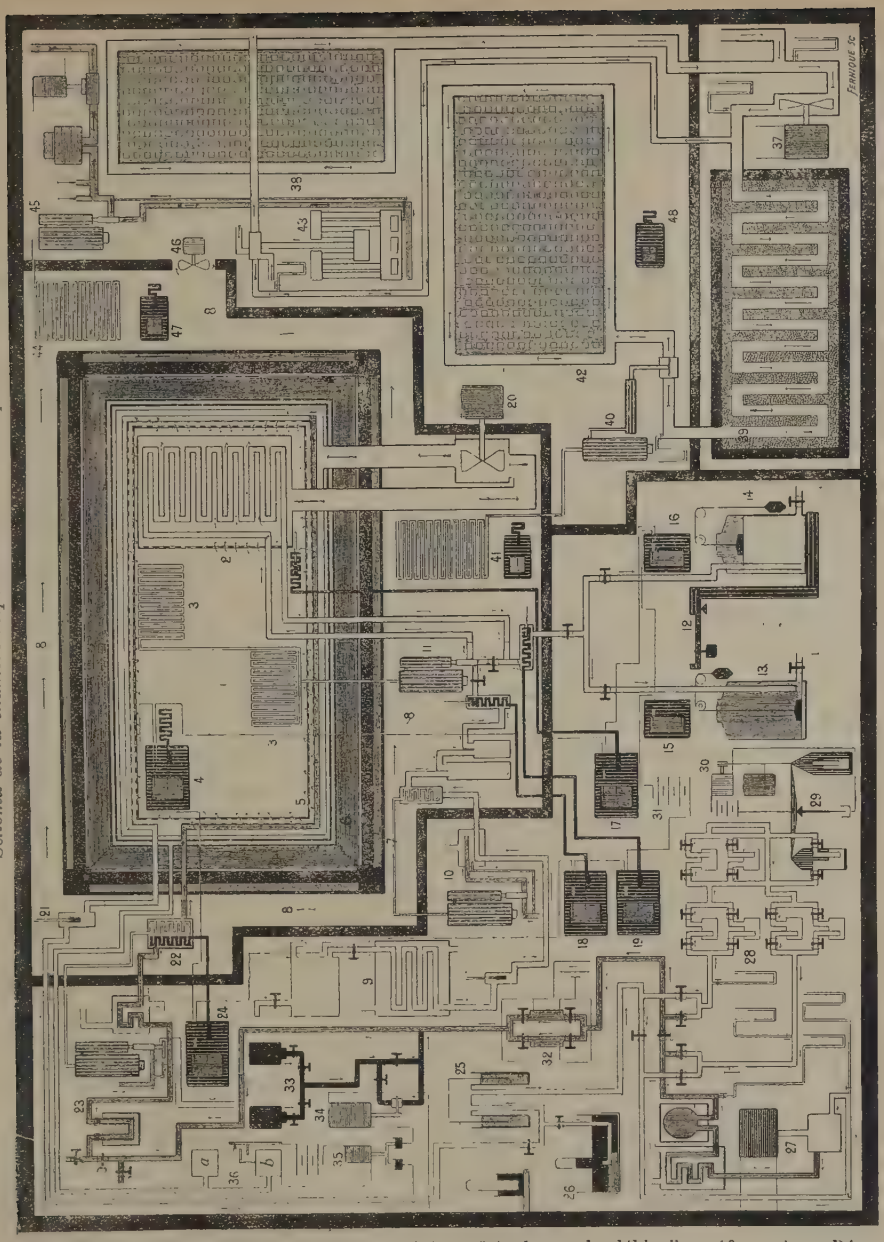
a. Considéré comme *calorimètre*, notre appareil est formé essentiellement d'une chambre étanche en fer et verre, dont la température est maintenue constante à l'aide d'une circulation d'eau. Cette chambre, entourée de glaces et d'une première enceinte isolante, est placée dans une deuxième enceinte, dont la température maintenue constante est réglable d'après la température de la chambre étanche en fer et verre. Dans ces conditions, notre appareil se trouve soustrait aux variations de la température extérieure, l'égalité de température du contenant et du contenu constituant le meilleur isolant. Grâce à ce dispositif, la calorimétrie se réduit à cette simple chose : *la lecture de deux thermomètres et la mesure d'un débit d'eau*. Le produit de l'échauffement de l'eau par le poids de l'eau qui a passé par le calorimètre donne les calories dégagées.

Le réglage de la température du calorimètre et de l'enceinte se fait automatiquement. La température de réglage peut être choisie, à volonté, entre 12° et 24°, en été comme en hiver. Notre appareil permet donc d'étudier l'*influence de la température sur la production de chaleur*.

Toutes les parties constituantes du calorimètre sont *simples* et *robustes*, de sorte que l'appareil peut être manié par des mains qui ne sont pas celles de savants phycisiens. Ce caractère de simplicité n'enlève rien à la sensibilité du calorimètre : son étalonnage électrique a montré qu'il donne la mesure de la chaleur avec une erreur de 0,5 pour 100.

b. Considéré comme *chambre respiratoire*, notre appareil représente une enceinte fermée, dont l'air, pris par une pompe, est envoyé sur des substances absorbantes qui retiennent l'eau et l'acide carbonique. Un appareil spécial envoie de l'oxygène qui remplace l'oxygène absorbé par la personne placée dans le calorimètre. La mesure de l'eau, de l'acide carbonique et de l'oxygène est obtenue en poids. Des dosages eudiométriques complètent les données de la balance.

Schéma de la chambre respiratoire calorimétrique.



Intérieur du calorimètre (1). — Refroidisseur (2). — Régulateur du débit d'eau (3 et 11). — Régulateur de la température de l'eau (9 et 10). — Récipients pour la mesure du débit d'eau (13 et 14). — Première enceinte (6). — Deuxième enceinte (8). — Parois isolantes (7). — Appareils de réglage de la température de la deuxième enceinte (de 37 à 45). — Appareils d'analyse de l'air (28 et 29). — Appareil à oxygène (33). — Thermomètres enregistreurs (4, 17, 18 et 19).

BIOLOGIE. — *Le rôle des phénomènes chromotropiques dans l'étude des problèmes biologiques et psycho-physiologiques.* Note (¹) de M. **Romuald Minkiewicz**, présentée par M. Yves Delage.

Dans ma Note précédente j'ai exposé brièvement certains résultats de mes expériences sur le chromotropisme des *Zoées* et des *Lineus*. Mais je n'en ai tiré que quelques conclusions immédiates. Il me semble qu'il en résulte beaucoup d'autres, non seulement par rapport aux problèmes de la Biologie générale, mais aussi par rapport aux problèmes de la psychophysiologie de la vision.

En voici quelques-unes.

A. En ce qui concerne la *Biologie générale :*

1. On peut trouver des animaux chromotropes par rapport *aux rayons moyens du spectre*, chaque rayon ayant son action spécifique. En effet, les *Daphnia*, d'après Paul Bert et J. Lubbock, sont *xantho-chlorotropes*, ce qui était absolument incompatible avec la théorie de Loeb (1890).

2. Le *purpurotropisme* n'est pas nécessairement lié avec le phototropisme positif, ni l'*érytrotropisme* avec le phototropisme négatif. On peut trouver des êtres qui se comportent inversement, ce qui est prouvé par les excellentes expériences de Th.-W. Engelmann sur les êtres unicellulaires (en 1882 et 1883). D'après lui, *Paramaecium bursaria*, qui est *positivement phototrope*, « *fuit* » *le vert et le bleu*, se dirigeant vers le rouge. De même, *Navicula* (diatomée) s'immobilise dans l'obscurité et dans le vert.

3. Il doit exister des êtres qui, tout en étant phototropes (±), ne sont nullement chromotropes (cécité tropique totale = *achromotropie*), comme *Lineus* dans deux stades passagers de l'inversion.

4. Il y a des êtres, comme les plantes étudiées par J. Wiesner (1879), qui sont insensibles à certains rayons du spectre (cécité tropique partielle = *axanthotropie* de *Vicia sativa*).

5. Il résulte des expériences sur les *Zoées*, faites dans des tubes verticaux, que les rayons chromatiques peuvent avoir une certaine influence sur la *distribution verticale* des animaux aquatiques, étant donnée *l'absorption inégale des différents rayons du spectre*, la plus grande pour le rouge, la plus petite pour le bleu (W. Spring, H. Fol, E. Sarasin, Forel).

(¹) Présentée dans la séance du 26 novembre.

B. En ce qui concerne la *psychophysiologie :*

Les expériences que j'ai exposées dans ma Note précédente me permettent de croire que c'est en étudiant la biologie des animaux inférieurs qu'on devrait chercher des indices qui pourraient nous mettre sur la voie d'une explication des phénomènes si complexes et si difficiles de la vision.

1. Le chromotropisme étant indépendant du phototropisme, il me semble que *la perception de la lumière blanche doit être un phénomène primitif,* beaucoup plus simple qu'on ne le croit généralement, et *indépendant de la perception chromatique.* (Cela est corroboré par les expériences bien connues de A. Charpentier et aussi par ce fait historique que, dans la meilleure théorie de la vision, Hernig fut forcé d'admettre l'existence d'une substance spéciale *blanche-noire.*)

2. Il semble superflu et non conforme au but de chercher la solution des problèmes de la vision chromatique dans la *création hypothétique* des diverses fibres nerveuses (Young-Helmholtz), des divers granules pigmentaires (A. Pizon), enfin des diverses substances chimiques (Hering), doués d'une sensibilité spécifique aux différents rayons du spectre. Il faudrait chercher plutôt si ce ne sont pas les différents états physiologiques (physico-chimiques?) d'une même substance vivante, qui produiraient ces phénomènes complexes de la vision chromatique, comme chez *Lineus* les différents états artificiellement provoqués amènent tous les stades successifs et passagers du chromotropisme. [Expériences de Pergens et surtout de Lodato (1900) sur les phénomènes chimiques dans la rétine, dont l'intensité varie suivant l'action des différents rayons du spectre.]

3. Ainsi, n'est-il pas possible et fécond de *rapprocher le daltonisme,* en général, et les différents cas de l'*achromatopsie,* partielle ou totale, de la *cécité xanthotrope des plantes* (Wiesner) et de l'*indifférence* $\frac{chloro-}{xantho-}$*trope* de *Lineus* dans certains stades de l'inversion artificielle de son chromotropisme. [Expérience personnelle de W. Nagel (1901) sur la cécité artificielle passagère pour le rouge, provoquée par la santonine.]

4. Enfin, n'est-ce pas dans cette direction qu'il faudrait chercher l'explication *des images consécutives colorées* [6 d'après C. Hess (1900) ou plus encore] après une courte excitation chromatique, si l'on a présente à l'esprit *la succession des stades dans l'inversion artificielle du chromotropisme* de mes *Lineus ?*

MÉDECINE. — *Prophylaxie du cancer glandulaire de la prostate.* Note de M. **A. Guépin.**

A côté des formes bien connues du cancer prostatique de l'adulte et de l'enfant, j'ai décrit en 1894 (*Les glandes de l'urètre*, t. II, p. 1 et suiv.) une variété nouvelle assez fréquente chez l'adulte pour que plusieurs observations typiques aient pu en être données à l'appui de ma description.

Depuis cette époque et à plusieurs reprises, revenant sur la question, j'ai étudié avec plus de détails la marche [*Cancer glandulaire de la prostate* (*Presse médicale*, 15 janvier 1896)], la symptomatologie [*Valeur diagnostique de la prostatomégalie* (*Tribune médicale*, 20 janvier 1897, et *Académie de Médecine*, 15 mars 1898)], la nature enfin ou mieux les causes prédisposantes [*Cancer glandulaire de la prostate* (*Académie de Médecine*, 21 février 1899)] de ce cancer *glandulaire*, ainsi défini parce que, « procédant de l'épithélium des glandes prostatiques, il se développe dans leur cavité et que ses symptômes essentiels se rattachent aux troubles sécrétoires et excrétoires de l'appareil glandulaire intéressé ». Des observations inédites, au nombre de cinq, viendraient au besoin renforcer mes conclusions d'autrefois; au besoin, car, si les auteurs n'admettent point tous encore sans contestations que le cancer glandulaire constitue une forme bien distincte des néoplasies prostatiques, du moins tous, ou presque tous, ont-ils, peu à peu et après la campagne soutenue que je fis pour répandre cette idée, accepté que l'hypertrophie sénile prépare le terrain pour l'éclosion du néoplasme. Ce que la clinique avait démontré certain fut encore vérifié de divers côtés par l'anatomie pathologique. Sans revenir sur les points secondaires, il me paraît utile cependant de résumer le sujet.

Des conditions locales, une prédisposition glandulaire paraissent absolument indispensables pour que l'infection réagisse sur l'épithélium sécréteur. Ici même, je présentais, le 20 novembre 1899 (*Étiologie générale des maladies de la Prostate*), ces conditions telles que l'observation prolongée des malades (depuis 1888) m'avait appris à les connaître. En un mot, c'est la stagnation des sécrétions, bientôt suivie d'hypersécrétion glandulaire, première réaction épithéliale; puis, si les événements s'enchaînent jusqu'à l'hypertrophie, l'infection (prostatite) avec ses réactions sur les tissus, par l'intermédiaire obligé de l'épithélium sécréteur et, après des délais suffisants, soit l'hyperplasie conjonctive qui étouffe et détruit la glande, soit la prolifération épithéliale : c'est alors le cancer glandulaire.

En somme l'hypertrophie prostatique, qui est la conséquence d'une prostatite chronique banale, rendue possible elle-même par un état glandulaire

particulier et bien décrit, évolue normalement vers la guérison par cicatrisation, ou vers la sclérose périglandulaire systématisée progressive, sclérose hypertrophiante, destruction de la glande, etc., centre du tissu conjonctif néoformé, ou, anormalement, si l'irritation épithéliale dirige ses lésions dans un sens différent, vers la pullulation atypique de cet épithélium et sa transformation en tumeur épithéliale maligne.

C'est donc au début du second stade anatomo-pathologique de la prostatite sénile que se montre le cancer glandualire. Il n'est donc point une complication terminale de l'hypertrophie, comme à tort on a parfois voulu me le faire dire. Il survient chez des prostatiques dont la glande est encore peu volumineuse, peu indurée sinon pas, et dont les troubles de miction peuvent être médiocres.

Quoi qu'il en soit, le cancer glandulaire compliquant l'hypertrophie et cette dernière résultant d'une prostatite chronique, le traitement prophylactique devra s'adresser à la prostatite caudale elle-même. Ici, et l'accord est établi sur ce point, il est d'autant plus nécessaire de faire de la prophylaxie que l'ablation d'une prostate cancéreuse donne encore des résultats décourageants.

Il importe en conséquence, tant pour se mettre, dans la mesure du possible, à l'abri du cancer que pour éviter toutes les autres affections de la prostate :

1° De supprimer toutes les causes de stagnation des sécrétions dans les glandes;

2° De combattre par des moyens appropriés l'hypersécrétion prostatique.

Ces moyens pratiques de répondre à ces deux grandes indications font le principal objet de mes publications depuis 1894 et, en particulier, de mon étude récente *Sur le traitement de la prostatite sénile*. Je me propose de les reprendre dans un travail ultérieur.

MÉDECINE. — *Production en Médecine des effets statiques par les résonnateurs à haute fréquence.* Note de M. **H. Guilleminot**, présentée par M. d'Arsonval.

On sait que l'on utilise depuis plusieurs années les soupapes telles que celle de Villard pour arrêter, durant une phase sur deux, les courants alternatifs. Ce triage de phases est possible, ainsi qu'on l'a déjà vu, pour les courants de très haute tension, comme ceux de haute fréquence.

J'ai étudié spécialement ce triage des phases des courants de haute fréquence dans l'une de leurs manifestations les plus intéressantes en Médecine, l'effluvation. Je suis arrivé à diviser suffisamment ces phases pour produire pratiquement des effets comparables à ceux des machines électrostatiques.

Ces expériences ont été faites avec mes spirales ; mais on peut les répéter facilement avec la bobine de M. le professeur d'Arsonval ou avec le résonnateur Oudin.

I. *Expériences faites avec une seule spirale.* — Toute l'énergie du primaire est employée à produire à l'extrémité unique du secondaire des différences de potentiel, alternantes de signes, comme dans une bobine de Ruhmkorff dont un des pôles du secondaire serait à la terre ou en relation avec le primaire. Des charges alternantes successives, disponibles au pôle unique du secondaire, se dissipent dans l'atmosphère sous forme d'effluvation. Le triage consiste à recueillir ces charges respectivement sur deux conducteurs différents et isolés.

Pour cela, on met en relation le pôle effluvant avec deux soupapes en le réunissant à l'anode de l'une et à la cathode de l'autre. L'anode de la première est en relation avec l'un des collecteurs, la cathode de la seconde avec l'autre. Il est facile de vérifier l'efficacité du triage par les procédés suivants :

1° Un pendule électrique relié au pôle + d'une machine électrostatique est attiré par une sphère métallique en relation avec une anode de soupape, c'est-à-dire chargée négativement, et repoussée par une sphère reliée à une cathode.

2° Deux bouteilles de Leyde, telles que celles des machines électrostatiques, mises en relation par leur armature interne avec les collecteurs, donnent une étincelle à l'éclateur.

3° Un milliampèremètre très sensible à aimant fixe, dérivé sur les deux collecteurs, révèle un courant.

4° En réunissant un collecteur à une pointe simple ou multiple, et l'autre à un tabouret à pieds de verre, si l'on prend place sur ce tabouret, on sent nettement le souffle frais caractéristique de l'effluve statique.

Tous ces phénomènes disparaissent, bien entendu, aux contre-épreuves, qui consistent, d'une part, à court-circuiter les deux pôles de chaque soupape et, d'autre part, à inverser l'une d'elles.

II. *Expériences faites avec deux spirales montées suivant le mode bipolaire.* — Le type de résonnateur bipolaire le plus facile à comprendre est la bobine à haute fréquence de M. le professeur d'Arsonval qui représente une bobine sans fer à inducteur

extérieur. Si l'on suppose l'inducteur au milieu de l'axe, et l'appareil coupé par son milieu suivant une section droite et dédoublé, il suffira d'établir un point de contact entre l'inducteur et l'induit pour le résonnateur bipolaire Oudin-Rochefort. Les spirales ne sont que des résonnateurs du type *Oudin* dont l'enroulement spécial a pour but d'utiliser l'induction réciproque de l'un sur l'autre pour la production des effets bipolaires. Tous ces appareils peuvent donc être assimilés à des transformateurs tels que ceux de basse fréquence : un conducteur réunissant les deux pôles secondaires est parcouru par une série d'ondes alternantes; et, à circuit ouvert à l'air libre, si l'on considère l'effluvation produite au niveau de chacun de ces pôles, on peut dire qu'un flux positif est émis par l'un d'eux pendant que l'autre émet un flux négatif, le signe du flux de chaque pôle changeant dans un laps de temps de l'ordre du millionième de seconde.

Ce qu'il y aura donc de particulier ici, et ce qui différenciera ce groupe d'expériences du groupe précédent, c'est que l'on pourra au même moment collecter une charge + sur un conducteur et une charge — sur l'autre, tandis que ces charges étaient tout à l'heure non pas simultanées mais alternantes. D'autre part, on peut éviter de perdre la phase arrêtée à chaque pôle par ce système de deux soupapes en employant quatre soupapes et quatre collecteurs. On réalise ainsi une double machine électrostatique. Une idée vient naturellement à l'esprit, c'est de monter ces quatre soupapes en pont de Wheatstone; cependant ce dispositif ne m'a jusqu'ici donné pratiquement que de mauvais résultats à cause de la recombinaison de charges qui se fait à travers les soupapes, le triage étant incomplet et la résistance dans la branche moyenne du pont considérable. Mais on peut facilement employer une phase et demie sur deux pour un même sujet en mettant le tabouret isolé en relation avec un collecteur + par exemple et deux pointes en relation avec deux collecteurs négatifs respectivement.

A distance, la sensation du souffle est la même que celle du souffle statique; celle de l'aigrette avec un bon réglage est la même aussi, l'étincelle est plus grêle avec l'unipolaire, plus douloureuse avec le bipolaire, ce qui résulte du triage incomplet. L'effet sur la céphalée paraît être le même que celui de la statique. Je poursuis en ce moment l'étude de l'action thérapeutique de cette forme d'électricité dans l'eczéma et diverses affections cutanées.

La séance est levée à 4 heures et demie.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 26 novembre 1906.

Centre de gravité du temps de parcours, par M. Haton de la Goupillière, Membre de l'Institut. (Extr. des *Annaes scientificos da Academia Polytecnica do Porto,* t. I, 1906.) Coïmbre, 1906; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Aimé Bonplan, médecin et naturaliste explorateur de l'Amérique du Sud, sa vie, son œuvre, sa correspondance, avec un choix de pièces relatives à sa biographie, un portrait et une carte, par le Dr E.-T. Hamy, Membre de l'Institut. Paris, E. Guilmoto, s. d.; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouquet de la Grye.)

Paul Brouardel, l'homme, le professeur, l'expert, par A. Lacassagne. (Extr. des *Archives d'Anthropologie criminelle,* t. V, n° 154, octobre 1906.) Paris, Masson et Cie, et Lyon, A. Storck et Cie, 1906; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Les origines de la Statique, par P. Duhem, Correspondant de l'Institut, t. II. Paris, A. Hermann, 1906. (Hommage de l'auteur.)

Études géologiques dans le nord de Madagascar, contributions à l'histoire géologique de l'océan Indien, par Paul Lemoine. Paris, A. Hermann, 1906; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. de Lapparent.)

Nuova analisi del trattato della coniche di Gerard Desargues e cenni su J.-B. Chauveau, per Federico Amodeo. (Extr. des *Rend. della R. Accademia delle Scienze fisische e matematiche di Napoli,* fasc. 7 et 8, juillet-août 1906.) Naples, 1906; 1 fasc. in-8°. (Présenté en hommage par M. Haton de la Goupillière.)

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 26 novembre 1906.)

Note de M. *Le Roux*, Sur l'intégration des équations différentielles :

Page 821, ligne 6 en remontant, *au lieu de* permet alors d'achever, *lisez* permet alors parfois d'achever.